



**SNAS**

SLOVENSKÁ NÁRODNÁ AKREDITAČNÁ SLUŽBA

---

**METODICKÁ SMERNICA NA AKREDITÁCIU**

**VYJADROVANIE NEISTÔT MERANIA  
PRI KALIBRÁCII  
(EA-4/02 M:2013)**

**MSA-L/12**

Vydanie: 3

Aktualizácia: 1

BRATISLAVA

Január 2017

Táto metodická smernica je prekladom dokumentu EA-4/02 M:2013.

*Preložili: prof. Ing. Rudolf Palenčár, PhD., prof. Ing. Jozef Skákala, CSc.,  
Ing. Mária Bažantová, Ing. Renáta Knorová*

*Spracoval: Ing. Renáta Knorová*

*Preskúmal: RNDr. Lívia Kijovská, PhD.*

*Schválil.: Mgr. Martin Senčák*

*Účinnosť od: 29.1.2017*

*Nadobudnutím účinnosti tejto MSA končí účinnosť MSA-L/12 zo dňa 03.03.2014.*

*Táto MSA neprešla jazykovou úpravou.*

*Metodické smernice na akreditáciu sa nesmú rozmnožovať a kopírovať na účely predaja.*

**Dostupnosť MSA: [http:// www.snas.sk](http://www.snas.sk)**

**OBSAH****Strana**

<b>1</b>	<b>NÁRODNÝ PREDHOVOR</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>PUBLIKÁCIA EA 4/02 M: 2013</b>	<b>5</b>

## NÁRODNÝ PREDHOVOR

Touto metodickou smernicou na akreditáciu SNAS sa zavádza dokument EA-4/02 M:2013 „Evaluation of the Measurement in Calibration” prekladom s národnými poznámkami uvádzanými na konci príslušných článkov kurzívou.

S predmetom týchto MSA súvisia nasledovné národné technické predpisy a normatívna dokumentácia:

MSA-L/11 Návod na vyjadrovanie neistoty pri kvantitatívnych skúškach (EA-4/16)

PL-34 Politika SNAS pre neistoty kalibrácií (ILAC P14:01/2013)

TPM 0051-93 Stanovenie neistôt pri meraniach

TPM 0050-92 Etalóny. Vyjadrovanie chýb a neistôt

TPM 0051-93 je konformným národným ekvivalentom ďalej uvádzaného medzinárodného ISO, IEC, BIPM, OIML, IUPAC, IFCC dokumentu GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT.

Pokiaľ ide o odbornú terminológiu z merania a z aplikovanej štatistiky v preklade sa rešpektuje slovenská norma:

STN 01 0115 Terminológia v metrologii (2011)

Norma STN 01 0115 je spracovaná v súlade s Medzinárodným metrologickým slovníkom Základné a všeobecné pojmy a združené termíny (VIM), ktorý vydali v Ženeve v roku 2007 pod označením ISO/IEC Guide 99 Medzinárodný úrad pre váhy a miery (BIPM), Medzinárodná elektrotechnická komisia (IEC), Medzinárodná federácia klinickej chémie (IFCC), Medzinárodná organizácia pre normalizáciu (ISO), Medzinárodná únia pre čistú a aplikovanú fyziku (IUPAP) a Medzinárodná organizácia pre legálnu metrologiu (OIML).

*Preložili: prof. Ing. Rudolf Palenčár, PhD., prof. Ing. Jozef Skákala, CSc.,  
Ing. Mária Bažantová, Ing. Renáta Knorová*

Európska kooperácia pre akreditáciu laboratórií

---

Publikácia

**EA 4/02 M: 2013**

---

## **Vyhodnotenie merania pri kalibrácii**

### Účel

Účelom tohto dokumentu je harmonizovať vyhodnocovanie neistoty merania v rámci EA a v nadväznosti na všeobecné požiadavky EAL-R1 definovať špecifické zásady uvádzania neistôt merania v kalibračných certifikátoch vydávaných akreditovanými laboratóriami a pomôcť akreditačným orgánom koherentné priznávanie kalibračnej a meracej schopnosti nimi akreditovaných laboratórií.

Vzhľadom k tomu, že pravidlá uvedené v tomto dokumente sú v súlade s politikou ILAC pre neistoty pri kalibrácii, aj s odporúčaniami dokumentu “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement” implementácia EA-4/02 podporí tiež globálne akceptovanie výsledkov merania, dosahujúce európskymi laboratóriami.

*Autorstvo*

Táto publikácia bola vypracovaná navrhnutá Výborom pre laboratóriá EA.

*Oficiálny jazyk*

Text môže byť preložený do iných jazykov. Rozhodujúce znenie je v jazyku anglickom.

*Copyright*

Držiteľom copyright tohto textu je EA. Text sa nesmie kopírovať na účely predaja.

*Ďalšie informácie*

Ohľadom ďalších informácií o tejto publikácii sa obráťte na svojho národného člena EA.

Zoznam členov nájdete na webovej stránke: [www.european-accreditation.org](http://www.european-accreditation.org).

**Obsah**

1	Úvod.....	8
2	Prehľad a definície .....	8
3	Vyhodnotenie neistoty merania vstupných veličín.....	10
4	Výpočet štandardnej neistoty výstupného odhadu.....	13
5	Rozšírená neistota merania .....	15
6	Jednotlivé kroky pri výpočte neistoty merania .....	16
7	Použitá literatúra .....	17
	Príloha A .....	18
	Príloha C.....	21
	Príloha D .....	22
	Príloha E.....	25

## 1 ÚVOD

**1.1** Tento dokument ustanovuje princípy a požiadavky na vyhodnotenie neistoty merania pri kalibrácii a uvádzanie tejto neistoty v kalibračných certifikátoch na základe politiky ILAC pre neistotu pri kalibrácii ako je to uvedené v dokumente ILAC P14 [5]. ILAC-P14 a EA-4/02 sú pre akreditačné orgány, ktoré sú členmi EA, povinné. Formulácia je všeobecná, aby vyhovovala všetkým oblastiam kalibrácie. Pre jednoduchšie použitie tohto dokumentu v jednotlivých oblastiach merania, predložený obecný návod sa môže doplniť konkrétnejšími radami pre jednotlivé oblasti, umožňujúcimi dané informácie lepšie aplikovať. Pri tvorbe týchto doplňujúcich pokynov treba rešpektovať všeobecné princípy uvedené v tomto dokumente, aby sa zabezpečil súlad medzi jednotlivými oblasťami.

*NÁRODNÁ POZNÁMKA: Politika ILAC P:14 je implementovaná do Politiky SNAS PL-34 „Politika SNAS pre neistoty kalibrácií“.*

**1.2** Tento dokument je v súlade s JCGM 100:2008, Vyhodnotenie výsledkov merania – Príručka pre vyhodnotenie neistoty merania (GUM 1995 s menšími zmenami). Tento dokument bol spracovaný výborom Joint Committee for Guide in Metrology, s účasťou BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP a OIML [1]. Zatiaľ čo [1] ustanovuje všeobecné pravidlá hodnotenia a vyjadrovania neistoty pri meraní, ktoré možno použiť vo väčšine fyzikálnych meraní, tento dokument sa sústreďuje na metódy najvhodnejšie pre merania v kalibračných laboratóriách a opisuje jednoznačný a jednotný spôsob vyjadrovania a určovania neistoty merania. Boli akceptované aj iné prístupy navrhované GUM-om (ako napríklad metóda Monte Carlo). Obsahuje nasledujúce časti:

- základné definície použité v dokumente,
- metódy pre stanovenie neistôt meraní vstupných veličín,
- vzťah medzi neistotou merania výstupnej veličiny a vyhodnotenou neistotou vstupných veličín,
- rozšírenú neistotu merania výstupnej veličiny,
- uvádzanie neistôt meraní,
- podrobný postup výpočtu neistôt meraní.

Vyhodnotenie neistoty kalibrácie je aj témou niekoľkých návodov na kalibráciu Euramet, ktoré sú dostupné na [www.euramet.org](http://www.euramet.org).

## 2 PREHĽAD A DEFINÍCIE

POZNÁMKA: Termíny, ktoré majú zvláštny význam v kontexte hlavného textu a v dokumente sa objavujú prvý raz, sú zvýraznené tučným písmom. Príloha B obsahuje slovník týchto termínov a odkazov na pramene, z ktorých boli uvedené definície získané.

**2.1** Vyjadrenie výsledku merania je úplné len vtedy, keď obsahuje hodnotu priradenú meranej veličine a neistotu merania spojenú s touto hodnotou. V tomto dokumente sú všetky veličiny, ktorých hodnoty nie sú presne známe považované za **náhodné veličiny**, patria sem tiež ovplyvňujúce veličiny, ktoré môžu mať vplyv na hodnotu meranej veličiny.



**2.2 Neistota merania** je nezáporný parameter súvisiaci s výsledkom merania, ktorý charakterizuje rozsah hodnôt, ktoré možno racionálne priradiť k meranej veličine [4]. Tam, kde nehrozí nebezpečenstvo nedorozumenia, je v tomto dokumente používaný skrátenejší názov **neistota** pre **neistotu merania**. Typické zdroje neistoty merania sú uvedené v prílohe C.

**2.3 Merané veličiny** sú konkrétne veličiny, ktoré sú predmetom merania. Pri kalibrácii sa obyčajne vyskytuje len jedna meraná veličina - **výstupná veličina**  $Y$ , ktorá závisí od niekoľkých **vstupných veličín**  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) podľa funkčného vzťahu

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Modelová funkcia  $f$  reprezentuje postup merania a metódu vyhodnotenia. Vyjadruje, ako sa z hodnôt vstupných veličín  $X_i$  získavajú hodnoty výstupnej veličiny  $Y$ . Vo väčšine prípadov pôjde o analytický výraz, ale môže ísť aj o skupinu takýchto výrazov, ktorá bude zahŕňať opravy a opravné faktory systematických účinkov, výsledkom čoho bude zložitejší vzťah, ktorý nie je uvedený výslovne ako jedna funkcia. Ďalšie možnosti sú, že  $f$  možno určiť experimentálne, alebo môže existovať len v podobe počítačového algoritmu, ktorý treba vyhodnotiť číselne, prípadne môže ísť o kombináciu týchto možností.

**2.4** Súbor vstupných veličín  $X_i$  možno rozdeliť do dvoch skupín podľa spôsobu, akým bola určená hodnota veličiny a jej neistota:

(a) veličiny, ktorých odhadovaná hodnota a pridružená neistota sa priamo určujú meraním. Tieto hodnoty možno získať napríklad z jedného merania, opakovaných meraní alebo úvahou založenou na skúsenostiach. Môžu zahŕňať korekcie údajov prístrojov ako aj korekcie od ovplyvňujúcich veličín, napríklad od okolitej teploty, barometrického tlaku alebo vlhkosti,

(b) veličiny, ktorých odhad a pridružená neistota vstupujú do merania z vonkajších zdrojov, napríklad veličiny súvisiace s kalibrovanými etalónmi, certifikovanými referenčnými materiálmi alebo referenčné údaje získané z príručiek.

**2.5** Odhad hodnoty meranej veličiny  $Y$  - **výstupný odhad** označovaný ako  $y$ , sa získa zo vzťahu (2.1) dosadením odhadov vstupných veličín - **vstupných odhadov**  $x_i$  za hodnoty vstupných veličín  $X_i$ :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Pritom za vstupné odhady sa berú najlepšie odhady opravené na všetky významné účinky pri danom modeli. Ak sa tak nestalo, potrebné korekcie treba uviesť ako samostatné vstupné veličiny.

**2.6** Pre náhodné veličiny sa používa ako miera rozptýlenia hodnôt **rozptyl** ich rozdelenia alebo jeho kladná druhá odmocnina nazývaná **smerodajná odchýlka**. **Štandardná neistota merania** súvisiaca s výstupným odhadom alebo výsledkom merania  $y$ , označená ako  $u(y)$ , je smerodajnou odchýlkou meranej veličiny  $Y$ . Treba ju určiť z odhadov  $x_i$  vstupných veličín  $X_i$  a k nim pridružených štandardných neistôt  $u(x_i)$ . Štandardná neistota pridružená odhadu má rovnaký rozmer ako tento odhad. V niektorých prípadoch môže byť vhodné vyjadrovať neistotu ako **relatívnu štandardnú neistotu merania**, t.j. štandardná neistota merania

odhadu vydelená modulom (absolútnou hodnotou) tohto odhadu a preto je bezrozmerná. Nemožno ju však použiť v prípade, ak sa odhad rovná nule.

### 3 VYHODNOTENIE NEISTOTY MERANIA VSTUPNÝCH VELIČÍN

#### 3.1 Všeobecne

**3.1.1** Neistota merania pridružená k vstupným odhadom sa vyhodnotí ako "typ A" alebo ako "typ B". Vyhodnotenie štandardnej neistoty merania typu A je metóda vyhodnotenia neistoty vychádzajúca zo štatistickej analýzy série pozorovaní. V tomto prípade štandardná neistota predstavuje výberovú smerodajnú odchýlku strednej hodnoty, ktorá sa získa spriemerovaním alebo vhodnou regresnou analýzou. Vyhodnotenie štandardnej neistoty merania typu B je metóda stanovenia neistoty založená na inej metóde než štatistickej analýze série pozorovaní. V tomto prípade vyhodnotenie neistoty vychádza z iných vedeckých poznatkov.

POZNÁMKA: Existujú prípady, zriedkavé pri kalibrácii, keď všetky možné hodnoty veličiny sa nachádzajú na jednej strane jednej hraničnej hodnoty. Známym prípadom je takzvaná kosínusová chyba. Riešenie týchto zvláštnych prípadov je uvedené v [1].

*NÁRODNÁ POZNÁMKA: V TPM 0051-93 neistota merania vyhodnotená spôsobom A sa skrátene nazýva štandardná neistota typu A a neistota merania vyhodnotená spôsobom B sa nazýva štandardná neistota typu B. Pri takomto často používanom zjednodušenom názve treba mať na zreteli, že nejde o neistoty rôzneho charakteru ale o ekvivalentné - zlučiteľné odhady neistôt líšiace sa len spôsobom získania.*

#### 3.2 Vyhodnotenie štandardnej neistoty typu A

**3.2.1** Postup vyhodnotenia štandardnej neistoty merania typu A možno použiť v prípade, že bolo za rovnakých podmienok uskutočnených niekoľko nezávislých pozorovaní vstupných veličín. Pokiaľ je meranie vykonané s dostatočným rozlíšením, bude pozorovateľné rozptýlenie získaných hodnôt.

**3.2.2** Predpokladajme, že opakovane meraná vstupná veličina  $X_j$  je veličina  $Q$ . Pri  $n$  štatisticky nezávislých meraniach ( $n > 1$ ) odhadom hodnoty veličiny  $Q$  bude  $\bar{q}$ , čo je **výberový priemer** jednotlivých nameraných hodnôt  $q_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

Neistota merania pridružená k odhadu  $\bar{q}$  sa vyhodnotí pomocou niektorej z nasledujúcich metód:

(a) Odhad rozptylu rozdelenia pravdepodobnosti je **výberový rozptyl**  $s^2(q)$  hodnôt  $q_j$  daný vzťahom

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

Jeho (kladná) odmocnina sa nazýva **výberová smerodajná odchýlka**. Najlepší odhad rozptylu výberového priemeru  $\bar{q}$  je **výberový rozptyl výberového priemeru** vyjadrený vzťahom:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Jeho (kladná) odmocnina sa nazýva **výberová smerodajná odchýlka výberového priemeru**. Štandardná neistota  $u(\bar{q})$  vstupného odhadu  $\bar{q}$  je výberová smerodajná odchýlka výberového priemeru

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

**Upozornenie:** Vo všeobecnosti platí, že ak počet  $n$  opakovaných meraní je nízky ( $n < 10$ ), treba vziať do úvahy spoľahlivosť vyhodnotenia neistoty typu A pomocou vzťahu (3.4). Ak počet meraní nemožno zvýšiť, treba použiť iné metódy vyhodnotenia štandardnej neistoty, ako je to uvedené ďalej.

(b) Pre meranie, ktoré je jasne charakterizované a nachádza sa v štatisticky riadenom (zvládnutom) procese možno použiť kombinovaný alebo **prierezový odhad rozptylu**  $s_p^2$ , ktorý charakterizuje rozptylenie lepšie než odhadovaná smerodajná odchýlka získaná pri obmedzenom počte meraní. Ak sa v tomto prípade stanoví hodnota vstupnej veličiny  $Q$  ako výberový priemer  $\bar{q}$  malého počtu  $n$  nezávislých meraní, rozptyl výberového priemeru sa môže odhadnúť podľa vzťahu:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (3.5)$$

Štandardná neistota sa určí z tejto hodnoty podľa vzorca (3.4).

*NÁRODNÁ POZNÁMKA: Tam, kde je v pôvodnom texte prívlastok experimentálny (experimental), napr. experimentálny priemer, experimentálny rozptyl a pod., používa sa prívlastok výberový, ako vyplýva z STN 01 0104. Podrobnejšie v normách ISO 3534-1 ako STN ISO 3534-1 "Štatistika. Slovník a značky. Časť 1: Všeobecné štatistické termíny a termíny používané v teórii pravdepodobnosti" v ktorej v prípadoch, keď je potrebné rozlišovať medzi parametrami základného súboru a výberu používa sa prívlastok výberový (sample) alebo empirický (empirical).*

### 3.3 Vyhodnotenie štandardnej neistoty typu B

**3.3.1** Vyhodnotenie štandardnej neistoty typu B je vyhodnotenie neistoty spojenej s odhadom  $x_i$  vstupnej veličiny  $X_i$  pomocou inej metódy ako je štatistická analýza série meraní. Štandardná neistota  $u(x_i)$  sa odhadne pomocou racionálneho úsudku na základe všetkých dostupných informácií o možnej variabilite  $X_i$ . Hodnoty patriace do tejto kategórie možno odvodiť z:

- údajov z predchádzajúcich meraní,
- skúseností alebo všeobecných poznatkov o správaní a vlastnostiach príslušných materiálov a prístrojov,
- technických údajov výrobcu,
- údajov získaných z kalibrácie a iných certifikátov,

- neistôt referenčných údajov získaných z príručiek.

**3.3.2** Správne používanie existujúcich informácií pri vyhodnocovaní štandardnej neistoty merania typu B vyžaduje uplatnenie skúseností a všeobecných poznatkov. Ide o schopnosti, ktoré sa získavajú praxou. Správne podložené vyhodnotenie štandardnej neistoty merania typu B môže byť rovnako spoľahlivé ako vyhodnotenie štandardnej neistoty merania typu A, hlavne pri meraní, keď vyhodnotenie štandardnej neistoty merania typu A vychádza len z malého počtu štatisticky nezávislých meraní. Treba rozlišovať nasledujúce prípady:

(a) Ak pre veličinu  $X_i$  je známa len **jedna hodnota**, napríklad len jedna nameraná hodnota, výsledná hodnota predchádzajúcich meraní, hodnota z literatúry alebo korekcia, táto hodnota sa použije ako  $x_i$ . Pokiaľ je známa štandardná neistota  $u(x_i)$  odhadu  $x_i$ , treba ju použiť. V opačnom prípade ju treba určiť z neodporujúcich si údajov neistoty. Ak nie sú dostupné ani tieto údaje, neistota sa vyhodnotí na základe skúseností. Ak nie možné zvýšiť počet pozorovaní, berie sa do úvahy iný spôsob vyhodnotenia neistoty, uvedený v b).

(b) Ak je možné na základe teórie alebo skúseností z praxe predpokladať pre danú veličinu  $X_i$  určité rozdelenie pravdepodobnosti, zoberie sa stredná hodnota a odmocnina z rozptylu tohoto rozdelenia ako odhad  $x_i$  resp. štandardná neistota  $u(x_i)$ .

(c) Ak je možné pre hodnotu veličiny  $X_i$  odhadnúť len **hornú a dolnú hranicu**  $a_+$  a  $a_-$  (napríklad z technických údajov výrobcu týkajúcich sa meracieho prístroja, teplotného rozsahu, chýb pri zaokrúhľovaní alebo chýb vyplývajúcich z automatickej redukcie údajov), za rozdelenie pravdepodobnosti, z ktorého pochádzajú možné hodnoty vstupnej veličiny  $X_i$ , treba považovať rovnomerné rozdelenie medzi týmito hranicami (pravouhlé rozdelenie pravdepodobnosti). Potom podľa prípadu (b) bude:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (3.6)$$

pre odhad hodnoty  $a$

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$

pre druhú mocninu štandardnej neistoty. Ak sa rozdiel medzi hraničnými hodnotami označí ako  $2a$ , vzťah (3.7) prejde na vzťah

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (3.8)$$

Rovnomerné rozdelenie je z hľadiska pravdepodobnosti oprávnené, pokiaľ neexistujú iné informácie o vstupnej veličine  $X_i$  okrem hraníc jej variability. Ak je však známe, že hodnoty príslušnej veličiny v blízkosti centra intervalu variability sú pravdepodobnejšie ako hodnoty v blízkosti hraníc, lepším modelom bude trojuholníkové alebo normálne rozloženie. Na druhej strane, ak sú hodnoty blízko hraníc pravdepodobnejšie ako hodnoty blízko stredu, vhodnejšie bude rozloženie U. Pre vyhodnotenie neistoty v tomto prípade pozri [1].

NÁRODNÁ POZNÁMKA: V TPM 0051-93 sú uvedené niektoré možné aproximácie rozdelenia pravdepodobnosti a príslušné koeficienty na výpočet smerodajnej odchýlky daného rozdelenia

## 4 VÝPOČET ŠTANDARDNEJ NEISTOTY VÝSTUPNÉHO ODHADU

4.1 Pre nekorelované vstupné veličiny je druhá mocnina štandardnej neistoty odhadu hodnoty výstupnej veličiny (výstupného odhadu)  $y$  daný vzťahom

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

POZNÁMKA: Sú prípady, ktoré sa pri kalibrácii objavujú zriedkavo, keď je funkcia modelu silne nelineárna alebo citlivostné koeficienty [pozri vzťahy (4.2) a (4.3)] sú zanedbateľné, vtedy do vzťahu (4.1) treba dosadiť členy vyšších rádov. Tieto prípady sú riešené v [1].

Veličina  $u_i(y)$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) je zložkou štandardnej neistoty výstupného odhadu  $y$ , prislúchajúcou štandardnej neistote vstupného odhadu  $x_i$

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \quad (4.2)$$

kde  $c_i$  je **citlivostný koeficient** prislúchajúci vstupnému odhadu  $x_i$ , teda parciálna derivácia modelovej funkcie  $f$  podľa  $X_i$ , pre odhad jej hodnoty  $x_i$

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{x_1=x_1 \dots x_N=x_N} \quad (4.3)$$

4.2 Citlivostný koeficient  $c_i$  vyjadruje, do akej miery je odhad výstupnej hodnoty  $y$  ovplyvnený zmenami hodnoty vstupnej veličiny  $x_i$ . Možno ho vyjadriť podľa modelovej funkcie  $f$  pomocou rovnice (4.3) alebo pomocou numerických metód, t.j. vypočítaním zmeny hodnoty výstupného odhadu  $y$  v dôsledku zmeny hodnoty vstupného odhadu  $x_i$  o  $+u(x_i)$  a  $-u(x_i)$ , pričom za hodnotu  $c_i$  sa vezme výsledný rozdiel  $y$  vydelený hodnotou  $2u(x_i)$ . Niekedy je vhodnejšie zistiť zmenu odhadu výstupnej veličiny  $y$  experimentálne opakovaním merania napr.  $x_i \pm u(x_i)$ .

4.3 Zatiaľ čo  $u(x_i)$  je vždy kladné číslo, zložka  $u_i(y)$  podľa rovnice (4.2) je buď kladná alebo záporná, v závislosti od znamienka citlivostného koeficienta  $c_i$ . Znamienko  $u_i(y)$  treba vziať do úvahy v prípade vzájomne korelovaných hodnôt vstupných veličín, pozri rovnicu (D4) v Prílohe D.

4.4 Ak funkcia modelu  $f$  vyjadruje súčet alebo rozdiel vstupných veličín  $X_i$ , t.j.

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

výstupný odhad podľa vzťahu (2.2) bude daný príslušným súčtom alebo rozdielom vstupných odhadov

$$y = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.5)$$

pričom citlivostné koeficienty sa rovnajú  $p_i$  a vzťah (4.1) sa zmení na

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

**4.5** Ak funkcia modelu  $f$  vyjadruje súčin alebo podiel vstupných veličín  $X_i$

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.7)$$

Je odhad výstupnej veličiny daný súčinom alebo podielom odhadu hodnôt vstupných veličín:

$$y = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.8)$$

Citlivostné koeficienty sa rovnajú  $p_i y / x_i$  a podobný vzťah ako je vzťah (4.6) sa zo vzťahu (4.1) získa aj pre tento prípad, ak sa použijú relatívne štandardné neistoty  $w(y) = u(y) / |y|$  a  $w(x_i) = u(x_i) / |x_i|$

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

**4.6** Ak medzi dvoma vstupnými veličinami  $X_i$  a  $X_k$  existuje určitá **korelácia**, t.j. ak nejakým spôsobom závisia jedna od druhej, ich **kovarianciu** tiež treba považovať za zložku neistoty. Návod, ako pritom postupovať, je uvedený v prílohe D. Schopnosť vziať do úvahy účinok korelácií závisí od poznania procesu merania a posúdenia vzájomnej závislosti vstupných veličín. Vo všeobecnosti treba mať na zreteli, že zanedbanie korelácií medzi vstupnými veličinami môže viesť k nesprávnemu vyhodnoteniu štandardnej neistoty meranej veličiny.

**4.7** Kovarianciu spojenú s odhadmi dvoch vstupných veličín  $X_i$  a  $X_k$  možno považovať za nulovú alebo zanedbateľnú, pokiaľ:

- (a) vstupné veličiny  $X_i$  a  $X_k$  sú nezávislé, napríklad preto, lebo boli opakovane ale nie súčasne, počas rôznych nezávislých experimentov merané, prípadne predstavujú veličiny z rôznych vyhodnotení, ktoré boli vykonané nezávisle,
- (b) jednu zo vstupných veličín  $X_i$  a  $X_k$  možno považovať za konštantnú,
- (c) nezískali sa nijaké informácie o prítomnosti korelácie medzi vstupnými veličinami  $X_i$  a  $X_k$ .

Korelácie niekedy možno eliminovať vhodným výberom funkcie modelu.

**4.8** Analýza neistôt pri meraní - niekedy označovaná ako bilancia neistôt meraní - by mala zahŕňať zoznam všetkých zdrojov neistôt a príslušné štandardné neistoty merania, ako aj metódy ich vyhodnotenia. Pri opakovaných meraniach treba uviesť počet meraní  $n$ . Odporúča sa uviesť údaje dôležité pre danú analýzu vo forme tabuľky. V tejto tabuľke treba označiť všetky veličiny znakom  $X_i$  alebo krátkym identifikátorom. Pri každej z nich treba uviesť aspoň odhad  $x_i$ , príslušnú štandardnú neistotu merania  $u(x_i)$ , citlivostný koeficient  $c_i$  a jednotlivé zložky neistoty  $u_i(y)$ . V tabuľke treba uviesť aj rozmer každej veličiny spolu s číselnými hodnotami.

**4.9** Formálny príklad takéhoto usporiadania je uvedený v tabuľke 4.1, ktorú možno použiť v prípade nekorelovaných vstupných veličín. Štandardná neistota výsledku merania  $u(y)$  uvedená v dolnom pravom rohu tabuľky predstavuje odmocninu sumy druhej mocniny všetkých zložiek neistôt uvedených v krajnom pravom stĺpci. Šedá časť tabuľky sa nevyplňa.

Tabuľka 4.1: Schéma požadovaného usporiadania veličín, odhadov, štandardných neistôt, citlivostných koeficientov a zložiek neistôt používaných pri analýze neistôt merania.

Veličina	Odhad	Štandardná neistota	Rozdelenie pravdepodobnosti	Citlivostný koeficient	Príspevok k štandardnej neistote
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$		$c_1$	$u_1(y)$
$X_2$	$x_2$	$u(x_2)$		$c_2$	$u_2(y)$
:	:	:		:	:
$X_N$	$x_N$	$u(x_N)$		$c_N$	$u_N(y)$
$Y$	$y$				$u(y)$

## 5 ROZŠÍRENÁ NEISTOTA MERANIA

**5.1** V rámci EA sa rozhodlo, že kalibračné laboratóriá akreditované členmi EA budú vykazovať **rozšírenú neistotu merania**  $U$ , ktorá sa určí tak, že štandardná neistota  $u(y)$  výstupného odhadu  $y$  sa vynásobí **koeficientom pokrytia**  $k$ :

$$U = k u(y) \quad (5.1)$$

V prípadoch, keď  $k$  meranej veličine možno priradiť normálne (Gaussovo) rozdelenie a štandardná neistota výstupného odhadu je dostatočne spoľahlivá, použije sa štandardný koeficient pokrytia  $k=2$ . Určená rozšírená neistota zodpovedá **konfidenčnej pravdepodobnosti** približne 95%. Tieto podmienky sú splnené vo väčšine prípadov, s ktorými sa pri kalibrácii stretávame.

**5.2** Predpoklad normálneho rozdelenia nie je možné vždy experimentálne ľahko potvrdiť. Avšak v prípadoch, keď niekoľko zložiek neistoty (t.j.  $N \geq 3$ ) odvodených z nezávislých veličín majúci rozdelenie s bežným priebehom, napr. normálnych rozdelení alebo rovnomerných rozdelení, prispieva k štandardnej neistote výstupného odhadu porovnateľnými veľkosťami, sú splnené podmienky centrálnej limitnej vety a možno predpokladať, že rozdelenie výstupnej hodnoty veličiny sa bude značne približovať normálnemu.

**5.3** Spôľahlivosť štandardnej neistoty výstupného odhadu je určená jeho efektívnymi stupňami voľnosti (viď. príloha E). Kritérium spoľahlivosti je však vždy splnené vtedy, keď sa žiadna zložka neistoty získaná z vyhodnotenia typu A nebola stanovená z menej ako 10 opakovaných meraní.

**5.4** Ak nie je splnená niektorá z podmienok (normálnosť rozdelenia alebo dostatočná spoľahlivosť), použitie normovaného koeficientu pokrytia  $k = 2$  môže viesť k určeniu rozšírenej neistoty zodpovedajúcej konfidenčnej pravdepodobnosti menšej ako 95%. V týchto prípadoch treba použiť iné metódy, aby sa zabezpečilo, že hodnota rozšírenej neistoty bude určená v súlade s tou istou konfidenčnou pravdepodobnosťou ako v normálnom prípade. Používanie približne tej istej konfidenčnej pravdepodobnosti je dôležité vždy, keď treba porovnať dva výsledky merania tej istej veličiny, napr. pri hodnotení výsledkov medzilaboratórneho porovnania alebo zisťovaní, či existuje súlad s určitými špecifikáciami.

**5.5** Aj keď je možné predpokladať, že rozdelenie je normálne, môže sa stať, že štandardná neistota odhadu výstupnej veličiny nebude dostatočne spoľahlivá. Ak nie je vhodné zvyšovať počet  $n$  opakovaných meraní resp. použiť namiesto málo spoľahlivého vyhodnotenia neistoty typu A vyhodnotenie neistoty typu B, je potrebné použiť metódu uvedenú v Prílohe E.

**5.6** V ostatných prípadoch, t.j. vo všetkých prípadoch, keď nemožno odôvodnene predpokladať, že ide o normálne rozdelenie, treba použiť informácie o skutočnom rozdelení pravdepodobnosti výstupného odhadu a pre toto rozdelenie určiť koeficient pokrytia  $k$ , ktorý by zodpovedal konfidenčnej pravdepodobnosti približne 95%.

## 6 JEDNOTLIVÉ KROKY PRI VÝPOČTE NEISTOTY MERANIA

**6.1** Nasledujúci text obsahuje pokyny pre používanie tohto dokumentu v praxi (vypracované príklady sú v prílohe):

- (a) Matematicky vyjadrite závislosť meranej veličiny (výstupnej veličiny)  $Y$  od vstupných veličín  $X_i$  podľa vzťahu (2.1). V prípade priameho porovnania dvoch etalónov môže byť vzťah veľmi jednoduchý, napr.  $Y = X_1 + X_2$ .
- (b) Identifikujte a použite všetky platné korekcie.
- (c) Uveďte všetky zdroje neistoty vo forme bilancie neistôt podľa kapitoly 4.
- (d) Vypočítajte štandardnú neistotu  $u(\bar{q})$  pre opakované merané veličiny podľa článku 3.2.
- (e) Pre jednotlivé hodnoty, napr. výsledné hodnoty predchádzajúcich meraní, korekcie alebo hodnoty získané z literatúry, použite štandardnú neistotu, pokiaľ je uvedená alebo ju vypočítajte podľa článku 3.3.2(a). Venujte pozornosť použitej



prezentácii neistoty. Ak neexistujú údaje, na základe ktorých možno určiť štandardnú neistotu, určite hodnotu  $u(x_i)$  na základe odborných skúseností.

(f) Pre vstupné veličiny, ktorých rozdelenie pravdepodobnosti je známe alebo sa dá predpokladať, vypočítajte strednú hodnotu a štandardnú neistotu  $u(x_i)$  podľa článku 3.3.2(b). Ak poznáte alebo viete odhadnúť len hornú a dolnú hranicu, vypočítajte štandardnú neistotu  $u(x_i)$  podľa článku 3.3.2(c).

(g) Pre každú vstupnú veličinu  $X_i$  vypočítajte zložku  $u_i(y)$  neistoty výstupného odhadu prislúchajúcu vstupnému odhadu  $x_i$  podľa vzťahu (4.2) a (4.3) a sčítajte ich druhé mocniny pomocou rovnice (4.1), aby ste získali druhú mocninu štandardnej neistoty  $u(y)$  meranej veličiny. Ak je známe, že medzi vstupnými veličinami existujú korelácie, použite postup uvedený v Prílohe D.

(h) Vypočítajte rozšírenú neistotu tak, že štandardnú neistotu  $u(y)$  výstupného odhadu vynásobíte koeficientom pokrytia  $k$  zvoleným podľa kapitoly 5.

## 7 POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] JCGM 100:2008 GUM 1995 s malými zmenami. Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (*Príručka pre vyjadrenie neistoty pri meraní*), (dostupná na [www.bipm.org](http://www.bipm.org)).
- [2] ISO/IEC 17025/2005 Všeobecné požiadavky na spôsobilosť skúšobných a kalibračných laboratórií.
- [3] JCGM 200:2008 Medzinárodný metrologický slovník – Základné a všeobecné pojmy a odvodené termíny (dostupný na [www.bipm.org](http://www.bipm.org))
- [4] ISO 3534-1 Štatistika – Slovník a symboly – Časť 1: Všeobecné štatistické termíny a termíny používané v pravdepodobnosti (ISO 3534-1:2006)
- [5] ILAC P14:12/2010 – Politika ILAC pre neistoty v kalibrácii
- [6] JCGM 104:2009 Vyhodnotenie nameraných údajov – Úvod do „Návod na vyjadrovanie neistoty merania“ a príbuzné dokumenty (dostupné na [www.bipm.org](http://www.bipm.org)).

## PRÍLOHA A

### Kalibračná a meracia schopnosť

Pojem kalibračná a meracia schopnosť, CMC, je dostatočne preskúmaný v práci o kalibračnej a meracej schopnosti vydanej BIPM/ILAC Working Group 7. septembra 2007. Táto práca je zahrnutá v politike ILAC pre neistoty v kalibrácii ako príloha a politika je základom pre harmonizovaný prístup k CMC medzi akreditovanými laboratóriami na celom svete. [5].

Metódy na vyhodnotenie neistoty naznačené v tomto dokumente by sa mali použiť keď si akreditované laboratóriá zavádzajú CMC.

### Slovník niektorých dôležitých termínov

#### **B1 aritmetický priemer** ([1] časť C.2.19)

Priemer; Súčet hodnôt vydelený počtom hodnôt.

#### **B2 kalibračná a meracia schopnosť**

Kalibračná a meracia schopnosť (CMC) je vyjadrená termínmi:

1. Meraná veličina alebo referenčný materiál;
2. Kalibračná/meracia metóda/postup a/alebo typ kalibrovaného/meraného meradla/materiálu;
3. Merací rozsah a dodatočné parametre, kde je to vhodné, napr. frekvencia použitého napätia;
4. Neistota merania.

Pre úplné vysvetlenie pozri [5].

#### **B3 korelačný koeficient** ([1] časť C.3.6)

Korelačný koeficient je miera relatívnej vzájomnej závislosti dvoch náhodných veličín rovnajúca sa podielu ich kovariancie a kladnej odmocniny súčinu ich rozptylov.

#### **B4 kovariancia** ([1] časť C.3.4)

Miera závislosti dvoch náhodných premenných rovnajúca sa strednej hodnote súčinu odchýlok dvoch náhodných veličín od ich stredných hodnôt. Úplná definícia sa nachádza v [1].

#### **B5 faktor pokrytia** ([3] termín 2.3.8)

Číslo väčšie ako jedna, ktorým je kombinovaná štandardná neistota vynásobená na získanie rozšírenej neistoty.

#### **B6 pravdepodobnosť pokrytia** ([3] termín 2.3.7)

Pravdepodobnosť, že súbor skutočného množstva hodnôt meranej veličiny je obsiahnutý v zadanom intervale pokrytia. Poznámka: Pojem „skutočná hodnota“ (pozri

Dodatok D) nie je používaný v tomto návode z dôvodov uvedených v D.3.5; termíny „hodnota meranej veličiny“ a „skutočná hodnota meranej veličiny“ sú považované za ekvivalentné. (GUM 3.1.1). Pozri tiež [6] (JCGM 104:2009) kap. 1

**B7 výberová smerodajná odchýlka** ([1] časť 4.2.2)

Kladná druhá odmocnina výberového rozptylu.

**B8 rozšírená neistota (merania)** ([3] termín 2.3.5)

Výsledok kombinovanej štandardnej neistoty a faktora väčšieho ako číslo jeden.

**B9 výberový rozptyl** ([1] časť 4.2.2)

Veličina charakterizujúca rozptýlenie výsledkov série  $n$  pozorovaní (meraní, odčítaní) tej istej meranej veličiny získaná pomocou vzťahu (3.2) uvedeného v texte.

**B10 vstupný odhad** ([1] časť 4.1.4 a C2.26)

Hodnota odhadu vstupnej veličiny používaná pri vyhodnotení výsledku merania.

**B11 vstupná veličina** ([1] časť 4.1.2)

Veličina, od ktorej závisí meraná veličina a ktorá sa berie do úvahy pri vyhodnotení výsledku merania.

**B12 meraná veličina** ([3] termín 2.3)

Veličina, ktorá je predmetom merania.

**B13 neistota merania, neistota** ([3] časť 2.26)

Parameter, ktorý nie je záporný, charakterizujúci rozptyl meraných veličín, ktorý je priradený meranej veličine na základe použitých informácií.

**B14 výstupný odhad** ([1] časť 4.1 a C2.26)

Výsledok merania vypočítaný zo vstupných veličín pomocou modelu merania.

**B15 výstupná veličina** ([1] časť 4.1.2)

Veličina, ktorá reprezentuje pri vyhodnotení výsledku merania meranú veličinu.

**B16 prierezový odhad rozptylu** ([1] časť 4.2.4)

Odhad výberového rozptylu získaný z dlhej série pozorovaní tej istej meranej veličiny charakteristických meraní podľa štatistického riadenia.

**B17 rozdelenie pravdepodobnosti** ([1] časť C.2.3)

Funkcia vyjadrujúca pravdepodobnosť, že náhodná veličina nadobudne určitú hodnotu alebo hodnoty z určitého intervalu.

**B18 náhodná veličina** ([1] časť C.2.2)

Veličina, ktorá môže nadobúdať ľubovoľnú hodnotu z určitej množiny hodnôt a je charakterizovaná rozdelením pravdepodobnosti.

**B19 relatívna štandardná neistota merania** ([3] časť 2.3.2)

Štandardná neistota merania vydelená a absolútnou hodnotou meranej veličiny.

**B20 citlivostný koeficient súvisiaci so vstupným odhadom** ([1] časť 5.1.3)

Zmena hodnôt výstupného odhadu ako dôsledok zmeny hodnôt vstupného odhadu vydelená zmenou hodnôt tohoto vstupného odhadu.

**B21 smerodajná odchýlka** ([1] časť C.2.12)

Kladná druhá odmocnina rozptylu náhodnej veličiny.

**B22 štandardná neistota merania** ([3] termín 2.3.0)

Neistota merania vyjadrená ako smerodajná odchýlka.

**B23 neistota merania vyjadrená spôsobom A** ([3] časť 2.28)

Odhad zložiek neistoty merania pomocou štatistickej analýzy hodnôt meranej veličiny získaných za definovaných podmienok merania.

**B24 vyhodnotenie neistoty merania spôsobom B** ([3] termín 229)

Odhad zložiek neistoty merania určených iným spôsobom ako spôsobom A.

**B25 balík neistôt** ([3] časť 2.33)

Prehľad neistoty merania, komponentov neistoty merania a ich výpočet a kombinácia.

**B26 rozptyl** ([1] časť C.2.11)

Stredná hodnota druhej mocniny odchýlky náhodnej veličiny od jej strednej hodnoty.

## PRÍLOHA C

### Zdroje neistoty merania

**C1** Neistota výsledku merania odráža nedostatky v dokonalom poznaní hodnoty meranej veličiny. Úplné poznanie vyžaduje nekonečné množstvo informácií. Javy, ktoré prispievajú k neistote a tým ku skutočnosti, že výsledok merania nemožno charakterizovať jedinou hodnotou, sa nazývajú zdroje neistôt. V praxi existuje mnoho potenciálnych zdrojov neistôt pri meraní [1], medzi ktoré patria:

- (a) neúplná definícia meranej veličiny,
- (b) nedokonalá realizácia definície meranej veličiny,
- (c) nereprezentatívny výber vzoriek - meraná vzorka nemusí reprezentovať definovanú meranú veličinu,
- (d) nedostatočne známe vplyvy podmienok prostredia alebo ich nedokonalé merania,
- (e) subjektívnosť odčítavania z analógových prístrojov,
- (f) obmedzená rozlišovacia schopnosť prístrojov alebo prah rozlíšenia,
- (g) nepresnosť etalónov a referenčných materiálov,
- (h) nepresné hodnoty konštánt a iných parametrov získaných z externých zdrojov a používaných v algoritme spracovania údajov,
- (i) aproximácie a predpoklady zahrnuté v metóde a postupe merania,
- (j) zmeny pri opakovaných meraniach meranej veličiny v očividne rovnakých podmienkach.

**C2** Tieto zdroje nemusia byť vždy nezávislé. Niektoré zo zdrojov (a) až (i) môžu prispieť k zdroju (j).

## PRÍLOHA D

### Korelované vstupné veličiny

**D1** Ak je známe, že dve vstupné veličiny  $X_i$  a  $X_k$  sú korelované - t.j. ak nejakým spôsobom závisia jedna od druhej - **kovarianciu** medzi odhadmi  $x_i$  a  $x_k$

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \quad (D.1)$$

je potrebné považovať za ďalší príspevok k neistote. Stupeň korelácie vyjadruje **korelačný koeficient**  $r(x_i, x_k)$  (kde  $(i \neq k)$  a  $|r| \leq 1$ ).

**D2** V prípade  $n$  nezávislých dvojíc súčasne opakovaných meraní dvoch veličín  $P$  a  $Q$  sa určí kovariancia medzi aritmetickými priermi  $\bar{p}$  a  $\bar{q}$  zo vzťahu

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \quad (D.2)$$

a  $r$  sa nahradí zo vzťahu (D.1).

**D3** Pre ovplyvňujúce veličiny musí byť stanovenie stupňa korelácie medzi nimi založené na skúsenostiach. Keď existuje korelácia, vzťah (4.1) treba nahradiť vzťahom

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (D.3)$$

kde  $c_i$  a  $c_k$  sú citlivostné koeficienty definované vzťahom (4.3), alebo vzťahom

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \quad (D.4)$$

so zložkami  $u_i(y)$  štandardnej neistoty odhadu výstupnej hodnoty  $y$  prislúchajúcimi neistotami vstupných odhadov  $x_i$  vypočítanými pomocou vzťahu (4.2). Treba zdôrazniť, že druhý člen pravej strany vzťahu (D.3) alebo (D.4) môže mať aj záporné znamienko.

**D4** V praxi často existuje korelácia medzi vstupnými veličinami, pretože pri vyhodnotení sa používa ten istý referenčný etalón, merací prístroj, referenčný údaj alebo meracia metóda s významnou neistotou. Predpokladajme, že dve vstupné veličiny  $X_1$  a  $X_2$  s odhadmi  $x_1$  a  $x_2$  závisia od skupiny vzájomne nezávislých veličín  $Q_l$  ( $l=1, 2, \dots, L$ )

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \end{aligned} \quad (D.5)$$

hoci niektoré z týchto veličín sa nemusia vždy objaviť v oboch funkciách. Odhady  $x_1$  a  $x_2$  vstupných veličín budú do určitej miery navzájom závislé, aj keď medzi odhadmi  $q_l$  ( $l=1, 2, \dots, L$ ) nebude nijaká korelácia. V tomto prípade kovariancia  $u(x_1, x_2)$  medzi odhadmi  $x_1$  a  $x_2$  sa určí zo vzťahu

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^L c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \quad (\text{D.6})$$

kde  $c_{1l}$  a  $c_{2l}$  sú citlivostné koeficienty odvodené pre funkcie  $g_1$  a  $g_2$  podľa vzťahu (4.6). Pretože len tie členy prispievajú k súčtu, pre ktoré citlivostné koeficienty sú nenulové, kovariancia sa rovná nule, ak funkcie  $g_1$  a  $g_2$  nemajú ani jednu spoločnú premennú. Korelačný koeficient  $r(x_1, x_2)$  medzi odhadmi  $x_1$  a  $x_2$  sa určí zo vzťahu (D.6) a vzťahu (D.1).

**D5** Nasledujúce príklady ukazujú korelácie medzi hodnotami priradenými k dvom etalónom, ktoré sú kalibrované tým istým referenčným etalónom.

#### *Úloha*

Dva etalóny  $X_1$  a  $X_2$  sú porovnávané s referenčným etalónom  $Q_s$  pomocou meracieho systému schopného určiť rozdiel  $z$  ich hodnôt s príslušnou štandardnou neistotou  $u(z)$ . Hodnota  $q_s$  referenčného etalónu má štandardnú neistotu  $u(q_s)$ .

#### *Matematický model*

Odhady  $x_1$  a  $x_2$  závisia od hodnoty  $q_s$  referenčného etalónu a od nameraných rozdielov  $z_1$  a  $z_2$  a určia sa pomocou vzťahov

$$\begin{aligned} x_1 &= q_s - z_1 \\ x_2 &= q_s - z_2 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

#### *Štandardné neistoty a kovariancie*

Predpokladáme, že medzi odhadmi  $z_1$ ,  $z_2$  a  $q_s$  neexistujú korelácie, pretože boli stanovené na základe rôznych meraní. Štandardné neistoty sa vypočítajú zo vzťahu (4.4) a kovariancia medzi odhadmi  $x_1$  a  $x_2$  sa určí zo vzťahu (D.6). Za predpokladu, že  $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$ , bude

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u(x_1, x_2) &= u^2(q_s) \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Korelačný koeficient odvodený z týchto výsledkov je

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \quad (\text{D.9})$$

Jeho hodnota sa pohybuje od 0 do +1 v závislosti od pomeru medzi štandardnými neistotami  $u(q_s)$  a  $u(z)$ .

**D6** Prípád opísaný rovnicou (D.5) ukazuje, že vhodným výberom funkcie modelu sa možno vyhnúť použitiu korelácie pri vyhodnocovaní štandardnej neistoty meranej veličiny. Priame použitie nezávislých veličín  $Q_l$  nahradením pôvodných veličín  $X_1$  a  $X_2$  do funkcie modelu  $f$

v súlade s transformačnými rovnicami (D.5) dáva novú funkciu modelu, ktorá už neobsahuje vzájomne závislé veličiny  $X_1$  a  $X_2$ .

**D7** Existujú však prípady, keď sa nemožno vyhnúť korelácii medzi dvoma vstupnými veličinami  $X_1$  a  $X_2$ , napr. ak sa používa ten istý merací prístroj alebo ten istý referenčný etalón pri určovaní vstupných odhadov  $x_1$  a  $x_2$ , avšak bez transformačných rovníc pre nové nezávislé premenné. Ak nie je presne známy stupeň korelácie, bude vhodné určiť maximálny vplyv tejto korelácie pomocou hornej hranice odhadu štandardnej neistoty meranej veličiny. Pokiaľ sa neuvažujú ďalšie korelácie, táto bude mať tvar

$$u^2(y) \leq \left[ |u_1(y)| + |u_2(y)| \right]^2 + u_r^2(y) \quad (\text{D.10})$$

kde  $u_r(y)$  je zložka štandardnej neistoty prislúchajúca všetkým zvyšným vstupným veličinám, o ktorých sa predpokladá, že sú navzájom nezávislé.

POZNÁMKA: Rovnica (D.10) sa dá jednoducho použiť v prípade jednej alebo niekoľkých skupín s dvoma alebo viacerými vstupnými veličinami, medzi ktorými existuje korelácia. V tomto prípade treba použiť v rovnici (D.10) "najhorší možný" súčet pre každú skupinu veličín, medzi ktorými je korelácia.



## PRÍLOHA E

### Koeficienty pokrytia odvodené od efektívnych stupňov voľnosti

**E1** Pri určovaní hodnoty koeficienta pokrytia  $k$  zodpovedajúceho danej konfidenčnej pravdepodobnosti treba vziať do úvahy spoľahlivosť štandardnej neistoty  $u(y)$  výstupného odhadu  $y$ . To znamená, že treba zvážiť, do akej miery  $u(y)$  vyjadruje odhadovanú hodnotu smerodajnej odchýlky výsledku merania. Pre odhad smerodajnej odchýlky pri normálnom rozdelení sú kritériom spoľahlivosti stupne voľnosti tohto odhadu, ktoré závisia od veľkosti príslušnej vzorky. Podobne platí, že vhodným kritériom spoľahlivosti štandardnej neistoty výstupného odhadu sú jej efektívne stupne voľnosti  $v_{ef}$ , ktoré možno približne určiť pomocou vhodnej kombinácie efektívnych stupňov voľnosti zložiek neistoty  $u_i(y)$ .

**E2** Výpočet vhodného koeficienta pokrytia  $k$  pri splnení podmienok centrálnej limitnej vety zahŕňa nasledujúce tri kroky:

- Určiť štandardnú neistotu výstupného odhadu podľa postupu uvedeného v kapitole 7.
- Odhadnúť efektívne stupne voľnosti  $v_{ef}$  štandardnej neistoty  $u(y)$  výstupného odhadu  $y$  pomocou Welch-Satterthwaitovho vzorca:

$$v_{ef} = \frac{u^A(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^A(y)}{v_i}} \quad (\text{E.1})$$

kde  $u_i(y)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) definované vzťahom (4.2) predstavujú zložky štandardnej neistoty výstupného odhadu  $y$  vyplývajúce zo štandardnej neistoty vstupného odhadu  $x_i$ , ktoré by mali byť štatisticky navzájom nezávislé, a  $v_i$  sú efektívne stupne voľnosti zložky štandardnej neistoty  $u_i(y)$ .

Pri štandardnej neistote  $u(\bar{q})$  získanej z vyhodnotenia typu A, o ktorom pojednáva časť 3.1, sa určia stupne voľnosti pomocou vzorca  $v_i = n - 1$ . Problematickejšie je však priradiť stupne voľnosti k štandardnej neistote  $u(x_i)$  získanej z vyhodnotenia typu B. V praxi sa však tieto vyhodnotenia bežne vykonávajú spôsobom, ktorý je zárukou, že nedôjde k podhodnoteniu štandardnej neistoty. Napríklad ak sa vychádza z dolnej a hornej hranice  $a_-$  a  $a_+$ , zvyčajne sa zvolia tak, aby pravdepodobnosť príslušnej veličiny ležiacej mimo týchto hraníc bola mimoriadne nízka. Za predpokladu dodržania tohto pravidla, stupne voľnosti štandardnej neistoty  $u(x_i)$  typu B môžu byť  $v_i \rightarrow \infty$ .

(c) Určiť koeficient pokrytia  $k$  z tabuľky E.1 uvedenej v tejto prílohe. Táto tabuľka vychádza z  $t$ -rozdelenia pre konfidenčnú pravdepodobnosť 95,45%. Ak  $v_{ef}$  nie je celé číslo, čo býva často, zaokrúhli sa  $v_{ef}$  smerom nadol na najbližšie celé číslo.

**Tabuľka E.1: Koeficient pokrytia  $k$  pre jednotlivé efektívne stupne voľnosti  $v_{ef}$**

$v_{ef}$	1	2	3	4	5	6	7	8	10
$k$	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28

$v_{ef}$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$k$	2,25	2,23	2,21	2,20	2,18	2,17	2,16	2,15	2,14	2,13

$v_{ef}$	25	30	35	40	45	50	-
$k$	2,11	2,09	2,07	2,06	2,06	2,05	2,00

## DODATOK 1

### PRÍKLADY

#### Obsah

S1	Úvod .....	28
S2	Kalibrácia závažia s nominálnou hmotnosťou 10 kg .....	28
S3	Kalibrácia etalónu elektrického odporu s nominálnou hodnotou 10 k $\Omega$ .....	30
S4	Kalibrácia koncovej mierky s nominálnou dĺžkou 50 mm .....	33
S5	Kalibrácia termoelektrického snímača teploty typu N pri 1000 °C .....	37
S6	Kalibrácia snímača výkonu pri frekvencii 18 GHz .....	41
S7	Kalibrácia koaxiálneho stupňovitého útlmového člena pri nastavení 30 dB (prídavná strata) .....	45

## S1 ÚVOD

**S1.1** Tieto príklady sa vybrali na demonštrovanie metód vyhodnocovania neistôt merania. Je potrebné, aby ďalšie typické a názorné príklady založené na prislúchajúcich modeloch v jednotlivých oblastiach vypracovali osobitné pracovné skupiny. Uvedené príklady slúžia viac menej ako všeobecné návody na postup.

**S1.2** Príklady sú založené na návrhoch pripravených expertnými skupinami EAL. Tieto návrhy boli zjednodušené a zosúladené tak, aby sa stali názornejšími pre pracovníkov laboratórií vo všetkých oblastiach kalibrácie. Predpokladá sa, že tento rad príkladov prispeje k lepšiemu pochopeniu detailov pri vytýčení modelu vyhodnocovania a zosúladení procesu vyhodnocovania neistoty merania, nezávisle od oblasti kalibrácie.

**S1.3** Príspevky k neistote a hodnoty uvedené v príkladoch sa nemajú chápať ako záväzné alebo prednostné požiadavky. Laboratóriá by mali určiť neistoty na základe modelu merania, ktorý používajú k vyhodnoteniu vykonaných čiastkových kalibrácií a ktorý udávajú na vystavenom kalibračnom certifikáte. Vo všetkých uvedených príkladoch sú splnené podmienky uvedené v kapitole 5 pre voľbu koeficientu pokrytia  $k = 2$ .

**S1.4** V každom príklade sa dodržiava postupnosť vyhodnocovania podľa všeobecnej schémy z kapitoly 7 EA-4/02 nasledovne:

- krátky opisný názov,
- všeobecný opis procesu merania,
- model vyhodnotenia spolu s vysvetlením použitých symbolov,
- rozšírený súpis vstupných údajov s krátkym opisom ako boli získané,
- súpis pozorovaní a vyhodnotenie štatistických parametrov,
- bilancia neistôt v tabelárnej forme,
- rozšírená neistota merania,
- uvádzaný úplný výsledok merania.

**S1.5** Za týmto prvým dodatkom k EA-4/02 by mali nasledovať ďalšie, ktoré budú obsahovať vypracované príklady odhadov neistôt merania spojených s kalibráciou prístrojov. Príklady možno tiež nájsť v návodoch EAL pojednávajúcich o kalibrácii špecifických typov meracích prístrojov.

## S2 KALIBRÁCIA ZÁVAŽIA S NOMINÁLNOU HMOTNOSŤOU 10 KG

**S2.1** Kalibrácia závažia s nominálnou hmotnosťou 10 kg triedy M1 OIML sa vykonáva porovnaním s referenčným etalónom (triedy F2 OIML) s rovnakou nominálnou hmotnosťou s použitím váh, ktorých pracovné charakteristiky sa určili predtým.

**S2.2** Neznáma konvenčná hmotnosť  $m_X$  sa získa zo vzťahu:

$$m_X = m_S + \delta m_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \quad (\text{S2.1})$$

kde:

$m_S$  - konvenčná hmotnosť etalónu,

$\delta m_D$  - drift hodnoty etalónu od jeho poslednej kalibrácie,

$\delta m$  - namerané rozdiely v hmotnosti medzi neznámou hmotnosťou a etalónom,

$\delta m_C$  - korekcia excentricity a magnetických vplyvov,

$\delta B$  - korekcia na vztlak vzduchu.

**S2.3 Referenčný etalón ( $m_S$ ):** Kalibračný list pre referenčný etalón udáva hodnotu 10 000,005 g spolu s príslušnou rozšírenou neistotou 45 mg (koeficient pokrytia  $k=2$ ).

**S2.4 Drift hodnoty etalónu ( $\delta m_D$ ):** Drift hodnoty referenčného etalónu odhadnutý z predchádzajúcich kalibrácií leží v hraniciach (0 až +15) mg.

**S2.5 Váhy ( $\delta m$ ,  $\delta m_C$ ):** Predchádzajúce vyhodnotenie opakovateľnosti merania rozdielu hmotnosti medzi dvomi hmotnosťami s rovnakými nominálnymi hodnotami poskytli odhad smerodajnej odchýlky 25 mg. Korekcia na excentricitu a magnetické vplyvy pre použité váhy sa nevykonáva, odchýlky spôsobené vyosenosťou a magnetickými vplyvmi sa odhadujú v hraniciach  $\pm 10$  mg s rovnomerným rozdelením.

**S2.6 Vztlak vzduchu ( $\delta B$ ):** Vplyv vztlaku vzduchu sa nekoriguje, hranice odchýlky sú odhadované na  $\pm 1 \times 10^{-6}$  z nominálnej hodnoty.

**S2.7 Korelácia:** Korelácie medzi všetkými vstupnými veličinami sa považujú za zanedbateľné.

**S2.8 Merania:** Použitím substitučnej metódy so substitučnou schémou ABBA ABBA ABBA sa získali tri hodnoty rozdielov medzi neznámou hmotnosťou a hmotnosťou etalónu:

č. m.	konvenčná hmotnosť	odčítaná hodnota	rozdiel
1	etalón	+0,010 g	
	neznáma hmotnosť	+0,020 g	
	neznáma hmotnosť	+0,025 g	
2	etalón	+0,015 g	+0,01 g
	etalón	+0,025 g	
	neznáma hmotnosť	+0,050 g	
3	neznáma hmotnosť	+0,055 g	
	etalón	+0,020 g	+0,03 g
	etalón	+0,025 g	
	neznáma hmotnosť	+0,045 g	
	neznáma hmotnosť	+0,040 g	
	etalón	+0,020 g	+0,02 g

aritmetický priemer:

$$\overline{\delta m} = 0,020 \text{ g}$$

prierezový odhad smerodajnej odchýlky:  
(získaný z predchádzajúcich vyhodnotení)

$$s_p(\delta m) = 25 \text{ mg}$$

štandardná neistota: 
$$u(\delta m) = s(\overline{\delta m}) = \frac{25\text{mg}}{\sqrt{3}} = 14,4 \text{ mg}$$

**S2.9 Bilancia neistôt ( $m_X$ ):**

veličina $X_i$	odhad $x_i$	štandardná neistota $u(x_i)$	rozdelenie pravdepo- dobnosti	citlivostný koeficient $c_i$	príspevok neistoty $u_i(y)$
$m_S$	10 000,005 g	22,5 mg	normálne	1,0	22,5 mg
$\delta m_D$	0,0075 g	4,33 mg	rovnomerné	1,0	4,33 mg
$\delta m$	0,020 g	14,4 mg	normálne	1,0	14,4 mg
$\delta m_C$	0,000 g	5,77 mg	rovnomerné	1,0	5,77 mg
$\delta B$	0,000 g	5,77 mg	rovnomerné	1,0	5,77 mg
$m_X$	10 000,0325 g				28,27 mg

*NÁRODNÁ POZNÁMKA: V origináli EA-4/02-S1 je uvedená hodnota  $\delta m_D = 0,000\text{g}$  a štandardná neistota 8,95g ( $15\text{g}/\sqrt{3}$ ), čo by však znamenalo drift hodnoty etalónu uvedený v bode S2.4  $\pm 15\text{mg}$ . V našom prípade je drift etalónu +7,5mg s odchýlkami v hraniciach  $\pm 7,5\text{mg}$ .*

**S2.10 Rozšírená neistota**

$$U = k \times u(m_X) = 2 \times 28,27 \text{ mg} \cong 57 \text{ mg}$$

**S2.11 Komentovaný výsledok**

Meraná hmotnosť s nominálnou hodnotou 10 kg je 10,000 032 kg  $\pm 57$  mg.

Uvedená rozšírená neistota merania je vyjadrená ako štandardná neistota merania vynásobená koeficientom pokrytia  $k = 2$ , ktorá pri normálnom rozdelení zodpovedá konfidencnej pravdepodobnosti približne 95 %.

## S3 KALIBRÁCIA ETALÓNU ELEKTRICKÉHO ODPORU S NOMINÁLNOU HODNOTOU 10 K $\Omega$

**S3.1** Odpor etalónu odporu (rezistora) so štyrmi svorkami je určený priamou substitúciou použitím digitálneho multimetra ( $7^{1/2}$  digit DMM) v jeho odporovom rozsahu s kalibrovaným referenčným etalónom odporu ako referenčným etalónom so štyrmi svorkami a s nominálnou hodnotou rovnakou ako etalón, ktorý má byť kalibrovaný. Rezistory sú ponorené v dobre miešanom olejovom kúpeli s teplotou 23 °C, ktorá je kontrolovaná v strede uloženým skleneným ortuťovým teplomerom. Rezistory sú stabilizované pred vlastným meraním. Štyri výstupné svorky každého rezistora sú stredovo spojené so svorkami DMM. Je zistené, že merací prúd 100  $\mu\text{A}$ , pri 10 k $\Omega$  rozsahu DMM je dostatočne nízky, aby nespôsoobil významné vlastné ohrievanie rezistorov. Použitý merací postup tiež zabezpečuje, že vplyvy vonkajších parazitných odporov na výsledok merania možno považovať za bezvýznamné.

**S3.2** Odpor  $R_X$  kalibrovaného rezistora sa získa zo vzťahu:

$$R_X = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS}) r_C r - \delta R_{TX} \quad (S3.1)$$

kde:

- $R_S$  - odpor referenčného etalónu,  
 $\delta R_D$  - drift odporu referenčného etalónu od jeho poslednej kalibrácie,  
 $\delta R_{TS}$  - teplotou spôsobené zmeny hodnoty odporu referenčného etalónu,  
 $r = R_{iX} / R_{iS}$  - pomer odčítaných hodnôt odporov (index  $i$  označuje 'indikovaný')  
neznámeho a referenčného rezistora,  
 $r_C$  - opravný faktor pre parazitné napätia a rozlíšiteľnosť prístroja,  
 $\delta R_{TX}$  - teplotou spôsobené zmeny odporu kalibrovaného rezistora.

**S3.3 Referenčný etalón ( $R_S$ ):** Kalibračný certifikát pre referenčné etalóny udáva hodnotu odporu  $10\,000,053\ \Omega \pm 5\ \text{m}\Omega$  (koeficient pokrytia  $k = 2$ ) pri referenčnej teplote  $23\ ^\circ\text{C}$ .

**S3.4 Drift hodnoty etalónu ( $\delta R_D$ ):** Drift odporu referenčného etalónu od jeho poslednej kalibrácie sa odhadne z jeho predchádzajúcich kalibrácií ako  $+20\ \text{m}\Omega$  s odchýlkami v hraniciach  $\pm 10\ \text{m}\Omega$ .

**S3.5 Korekcie na vplyv teploty ( $\delta R_{TS}$ ,  $\delta R_{TX}$ ):** Teplota olejového kúpeľa sa sleduje teplomerom (má platnú kalibráciu), ktorý ukazuje hodnotu  $23\ ^\circ\text{C}$ . Pri uvažovaní metrologických charakteristík použitého teplomera a teplotných gradientov v olejovom kúpeli sa predpokladá, že zhoda medzi teplotou rezistorov a odčítanou teplotou je v rozsahu  $\pm 0,055\ \text{K}$ . Pri známej hodnote teplotného koeficienta referenčného rezistora  $5 \times 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$  sú hranice odchýlok odporu od hodnoty v certifikáte spôsobené možnými odchýlkami pracovnej teploty  $\pm 2,75\ \text{m}\Omega$ . Z literatúry od výrobcu vyplýva, že teplotný koeficient kalibrovaného rezistora neprekročí  $10 \times 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$ , a teda zmeny hodnôt neznámeho odporu spôsobené kolísaním teploty sa budú pohybovať v hraniciach  $\pm 5,5\ \text{m}\Omega$ .

**S3.6 Merania odporu ( $r$ ,  $r_C$ ):** Keďže sa používa rovnaký prístroj DMM pre meranie  $R_{iX}$  aj  $R_{iS}$ , sú tieto merania korelované. Tento vplyv znižuje výslednú neistotu a treba ešte zohľadniť relatívne rozdiely v odčítaní odporov spôsobené systematickými vplyvmi, ako sú parazitné napätia a rozlíšiteľnosť prístroja (pozri matematickú poznámku v odseku S3.12), ktorých hranice sú odhadnuté  $\pm 0,5 \times 10^{-6}$  pre každé odčítanie. Rozdelenie prislúchajúce pomeru  $r_C$  je trojuholníkové so strednou hodnotou  $1,000\,000\,0$  a hranicami  $\pm 1,0 \times 10^{-6}$ .

**S3.7 Korelácia:** Korelácie medzi všetkými vstupnými veličinami sa považujú za zanedbateľné.

**S3.8 Merania:** Pre určenie pomeru  $r$  sa vykonalo päť meraní:

č.m.	nameraný pomer
1	1,000 010 4
2	1,000 010 7
3	1,000 010 6
4	1,000 010 3
5	1,000 010 5

aritmetický priemer:  $\bar{r} = 1,000\ 010\ 5$   
výberová smerodajná odchýlka:  $s(r) = 0,158 \times 10^{-6}$

štandardná neistota:  $u(r) = s(\bar{r}) = \frac{0,158 \times 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0,0707 \times 10^{-6}$

### S3.9 Bilancia neistôt ( $R_X$ ):

veličina	odhad	štandardná neistota	rozdelenie pravdepodob.	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$R_s$	10 000,053 $\Omega$	2,5 m $\Omega$	normálne	1,0	2,5 m $\Omega$
$\delta R_D$	0,020 $\Omega$	5,8 m $\Omega$	rovnomerné	1,0	5,8 m $\Omega$
$\delta R_{TS}$	0,000 $\Omega$	1,6 m $\Omega$	rovnomerné	1,0	1,6 m $\Omega$
$\delta R_{TX}$	0,000 $\Omega$	3,2 m $\Omega$	rovnomerné	1,0	3,2 m $\Omega$
$r_C$	1,000 000 0	$0,41 \times 10^{-6}$	trojuholníkové	10 000 $\Omega$	4,1 m $\Omega$
$r$	1,000 010 5	$0,07 \times 10^{-6}$	normálne	10 000 $\Omega$	0,7 m $\Omega$
$R_x$	10 000,178 $\Omega$				8,33 m $\Omega$

### S3.10 Rozšírená neistota

$$U = k \times u(R_X) = 2 \times 8,33 \text{ m}\Omega \cong 17 \text{ m}\Omega$$

### S3.11 Komentovaný výsledok

Nameraná hodnota rezistora s nominálnym odporom 10 k $\Omega$  pri teplote 23  $^{\circ}\text{C}$  a meracom prúde 100  $\mu\text{A}$  je (10 000,178  $\pm$  0,017)  $\Omega$ .

Uvedená rozšírená neistota merania je vyjadrená ako štandardná neistota merania vynásobená koeficientom pokrytia  $k = 2$ , ktorá pri normálnom rozdelení zodpovedá konfidencnej pravdepodobnosti približne 95 %.

**S3.12 Matematická poznámka k štandardnej neistote merania pomeru indikovaných hodnôt odporu:** Kalibrovaný rezistor a referenčný etalón majú približne rovnaké odpory. Pri



zvyčajnej lineárnej aproximácii odchýlok možno hodnoty odporov  $R_{iX}$  a  $R_{iS}$  možno vyjadriť ako:

$$\begin{aligned}R_X' &= R_{iX} \left( 1 + \frac{\delta R_X'}{R} \right) \\R_S' &= R_{iS} \left( 1 + \frac{\delta R_S'}{R} \right)\end{aligned}\quad (S3.2)$$

kde  $R$  je nominálna hodnota rezistorov a  $\delta R_X'$  a  $\delta R_S'$  sú neznáme odchýlky. Pomer odporov vyvedený z týchto vzťahov je

$$\frac{R_X'}{R_S'} = r \cdot r_C \quad (S3.3)$$

kde pomer indikovaných odporov pre kalibrovaný a referenčný rezistor je

$$r = \frac{R_{iX}}{R_{iS}} \quad (S3.4)$$

a korekčný faktor (lineárna aproximácia odchýliek)

$$r_C = 1 + \frac{\delta R_X' - \delta R_S'}{R} \quad (S3.5)$$

Pretože odchýlky vo vzťahu (S3.5) sa odčítavajú, korelačné príspevky systematických vplyvov pochádzajúcich od vlastného DMM neovplyvňujú výsledok. Štandardná neistota korekčného faktora je určená iba nekorelovanými odchýlkami spôsobenými parazitnými javmi a rozlíšiteľnosťou DMM. Za predpokladu, že  $u(\delta R_X') = u(\delta R_S') = u(\delta R)$  bude

$$u^2(r_C) = 2 \frac{u^2(\delta R')}{R^2} \quad (S3.6)$$

## S4 KALIBRÁCIA KONCOVEJ MIERKY S NOMINÁLNOU DĹŽKOU 50 MM

**S4.1** Kalibrácia koncovej mierky triedy 0 (ISO 3650) s nominálnou dĺžkou 50 mm sa vykonáva pomocou komparátora porovnávaním s kalibrovanou koncovou mierkou, ktorá má rovnakú nominálnu dĺžku a je z rovnakého materiálu ako referenčný etalón. Rozdiel v strednej dĺžke sa určuje v zvislej polohe oboch koncových mierok pomocou dvoch indikátorov dĺžky, ktoré sú v kontakte s hornými a dolnými meracími plochami mierok. Dĺžka  $l_X'$  koncovej mierky, ktorú treba zmerať a dĺžka  $l_S'$  referenčného etalónu je vo vzťahu

$$l_X' = l_S' + \delta l \quad (\text{S4.1})$$

kde  $\delta l$  je rozdiel meraných dĺžok.  $l_X'$  a  $l_S'$  sú dĺžky mierok v daných meracích podmienkach, teda pri teplote, ktorá s ohľadom na neistotu merania teploty v laboratóriu nemusí byť zhodná s referenčnou teplotou dĺžkových meraní.

**S4.2** Dĺžka  $l_X$  kalibrovanej koncovej mierky pri referenčnej teplote sa získa zo vzťahu:

$$l_X = l_S + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \times \delta t + \delta \alpha \times \Delta \bar{t}) - \delta l_V \quad (\text{S4.2})$$

kde:

$l_S$	- dĺžka referenčnej koncovej mierky pri referenčnej teplote $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ podľa kalibračného certifikátu,
$\delta l_D$	- zmena dĺžky referenčnej koncovej mierky od jeho poslednej kalibrácie v dôsledku driftu,
$\delta l$	- nameraný rozdiel v dĺžke medzi kalibrovanou a referenčnou koncovou mierkou,
$\delta l_C$	- korekcia v dôsledku nelinearity a chyby nuly komparátora,
$L$	- nominálna dĺžka uvažovaných koncových mierok,
$\bar{\alpha} = (\alpha_X + \alpha_S)/2$	- priemerný koeficient teplotnej rozťažnosti kalibrovanej a referenčnej koncovej mierky,
$\delta t = (t_X - t_S)$	- teplotný rozdiel medzi kalibrovanou a referenčnou koncovou mierkou,
$\delta \alpha = (\alpha_X - \alpha_S)$	- rozdiel v koeficientoch teplotnej rozťažnosti materiálu kalibrovanej a referenčnej koncovej mierky,
$\Delta \bar{t} = (t_X + t_S)/2 - t_0$	- odchýlka priemernej teploty kalibrovanej a referenčnej koncovej mierky od referenčnej teploty,
$\delta l_V$	- korekcia na dotyk indikátora mimo stredu meracích plôch kalibrovanej koncovej mierky.

**S4.3 Referenčný etalón ( $l_S$ ):** Dĺžka referenčnej koncovej mierky spolu s príslušnou rozšírenou neistotou merania je uvedená v kalibračnom liste koncovej mierky ako 50,000 02 mm  $\pm 30$  nm (koeficient pokrytia  $k = 2$ ).

**S4.4 Drift etalónu ( $\delta l_D$ ):** Drift dĺžky referenčnej koncovej mierky sa odhadne z predchádzajúcej kalibrácie ako nulový v hraniciach  $\pm 30$  nm. Všeobecné skúsenosti s koncovou mierkou tohto typu ukazujú, že nulový drift je najpravdepodobnejší a že možno použiť trojuholníkové rozdelenie pravdepodobnosti.

**S4.5 Komparátor ( $\delta l_C$ ):** Komparátor je potrebné overiť, aby spĺňal požiadavky definované v EAL-G21. Z týchto vyplýva, že pre rozdiely dĺžok  $D$  do  $\pm 10 \text{ } \mu\text{m}$ , korekcie uchovaných rozdielov dĺžok sú v hraniciach  $\pm(30 \text{ nm} + 0,02 \cdot |D|)$ . Pri uvažovaní triedy 0 kalibrovanej koncovej mierky a triedy K referenčnej koncovej mierky maximálny rozdiel dĺžok bude v

rozsahu  $\pm 1 \mu\text{m}$ , čo podľa spomínaného vzťahu vedie k hraniciam  $\pm 32 \text{ nm}$  pre korekciu nelinearity a chyby nuly (ofsetu) použitého komparátora.

**S4.6 Korekcie na vplyv teploty** ( $\bar{\alpha}$ ,  $\delta t$ ,  $\delta\alpha$ ,  $\Delta \bar{t}$ ): Pred kalibráciou treba dbať na to, aby sa koncové mierky ohriali na teplotu v meracej miestnosti. Rozdiel teploty medzi etalónovou a kalibrovanou koncovou mierkou sa odhaduje na  $\pm 0,05 \text{ K}$ . Podľa kalibračného listu referenčnej koncovej mierky a údajov od výrobcu pre kalibrovanú koncovú mierku sa predpokladá, že lineárny koeficient teplotnej rozťažnosti oceleovej koncovej mierky je v intervale  $(11,5 \pm 1,0) \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . V kompozícii dvoch pravouhlých rozdelení rozdiel koeficientov teplotnej rozťažnosti má trojuholníkové rozdelenie v hraniciach  $\pm 2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Odchýlka strednej hodnoty teploty pri meraní od referenčnej teploty  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  sa odhaduje v rozmedzí  $\pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Najlepšie odhady rozdielu lineárnych koeficientov teplotnej rozťažnosti a odchýlok strednej teploty od referenčnej teploty sú nulové. Preto pri vyhodnocovaní príspevkov týchto neistôt je treba vziať do úvahy druhé členy vzťahu, čo vedie k súčinu štandardných neistôt spojeného s faktormi súčinu  $\delta\alpha \cdot \Delta \bar{t}$  vo vzťahu (S4.2) (pozri matematickú poznámku v odseku S4.13, rovnica (S4.5)). Výsledná štandardná neistota je  $u(\delta\alpha \times \Delta \bar{t}) = 0,236 \times 10^{-6}$ .

**S4.7 Zmena dĺžky** ( $\delta l_V$ ): Pri koncovej mierke triedy 0 rozdiel dĺžok v strede a na štyroch rohoch má ležať v hraniciach  $\pm 0,12 \mu\text{m}$  (ISO 3650). Za predpokladu, že sa tieto rozdiely v dĺžke vzťahujú k meracím stranám pozdĺž kratších hrán o dĺžke  $9 \text{ mm}$  a vzhľadom na to, že stredná dĺžka sa meria vo vnútri kruhu s polomerom  $0,5 \text{ mm}$ , možno korekciu na stredové vychýlenie kontaktného bodu odhadnúť v rozmedzí  $\pm 6,7 \text{ nm}$ .

**S4.8 Korelácie:** Korelácie medzi všetkými vstupnými veličinami sa považujú za zanedbateľné.

**S4.9 Merania** ( $\delta l$ ): Namerali sa nasledujúce rozdiely medzi kalibrovanou koncovou mierkou a referenčným etalónom, komparátor bol nastavený použitím referenčného etalónu pred každým odčítaním pri použití každého referenčného etalónu.

č.m.	odčítaná hodnota
1	- 100 nm
2	- 90 nm
3	- 80 nm
4	- 90 nm
5	- 100 nm

aritmetický priemer:

$$\bar{\delta l} = -94 \text{ nm}$$

prierezový odhad smerodajnej odchýlky:  
(získaný z predchádzajúcich vyhodnotení)

$$s_p(\delta l) = 12 \text{ nm}$$

štandardná neistota:

$$u(\delta l) = s(\bar{\delta l}) = \frac{12 \text{ nm}}{\sqrt{5}} = 5,37 \text{ nm}$$

Prierezový odhad smerodajnej odchýlky bol prevzatý zo skúšok zhody použitého komparátora s požiadavkami EAL-G21.

**S4.10 Bilancia neistôt:**

veľičina $X_i$	odhad $x_i$	štandardná neistota $u(x_i)$	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient $c_i$	príspevok neistoty $u_i(y)$
$l_s$	50,000 020 mm	15 nm	normálne	1,0	15,0 nm
$\delta l_D$	0 mm	12,25 nm	trojuholníkové	1,0	12,25 nm
$\delta l$	-0,000 094 mm	5,37 nm	normálne	1,0	5,37 nm
$\delta l_C$	0 mm	18,5 nm	rovnorné	1,0	18,5 nm
$\delta t$	0 °C	0,0289 °C	rovnorné	-575 nm°C <sup>-1</sup>	-16,6 nm
$\delta \alpha \times \Delta \bar{t}$	0	0,23610 <sup>-6</sup>	-	50 mm	-11,8 nm
$\delta l_V$	0 mm	3,87 nm	rovnorné	-1,0	-3,87 nm
$l_X$	49,999,926 mm				34,3 nm

*NÁRODNÁ POZNÁMKA:* V origináli EA 4/02-S1 je pri  $\delta l_D$  uvedené rozdelenie rovnomerné s hodnotou  $u(x_i) = 17,3$  mm, čo nezodpovedá textu v bode S4.4, kde je uvedené trojuholníkové rozdelenie.

**S4.11 Rozšírená neistota**

$$U = k \times u(l_X) = 2 \times 34,3 \text{ nm} \cong 69 \text{ nm}$$

**S4.12 Komentovaný výsledok**

Meraná hodnota koncovej mierky s nominálnou dĺžkou 50 mm je 49,999 926 mm  $\pm$ 69 nm.

Uvedená rozšírená neistota merania je vyjadrená ako štandardná neistota merania vynásobená koeficientom pokrytia  $k = 2$ , ktorá pri normálnom rozdelení zodpovedá konfidenčnej pravdepodobnosti približne 95 %.

**S4.13 Matematická poznámka k štandardnej neistote merania súčinu dvoch veličín s nulovou strednou hodnotou:** Pre súčin dvoch veličín, ak odhady hodnôt jednej alebo oboch veličín sú nulové, je potrebné modifikovať všeobecnú metódu výpočtu neistôt založenú na linearizácii funkcie. Ak členy súčinu sú štatisticky nezávislé s nenulovými hodnotami, druhú mocninu relatívnej štandardnej neistoty (relatívny rozptyl) prislúchajúci súčinu možno vyjadriť bez linearizácie pomocou druhej mocniny relatívnych štandardných neistôt jednotlivých členov súčinu podľa vzťahu:

$$w^2(x_1 \times x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \times w^2(x_2) \quad (\text{S4.2})$$

Použitím definície relatívnej štandardnej neistoty merania sa dá toto vyjadrenie ľahko transformovať do všeobecného vzťahu

$$u^2(x_1 \times x_2) = x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \times u^2(x_2) \quad (\text{S4.3})$$

Ak štandardné neistoty  $u(x_1)$  a  $u(x_2)$  prislúchajúce odhadom  $x_1$  a  $x_2$  sú omnoho menšie ako absolútne hodnoty odhadov  $x_1$  a  $x_2$ , tretí člen na pravej strane možno zanedbať. Výsledný vzťah predstavuje prípad opísaný všeobecnou metódou založenou na linearizácii modelovej funkcie.

Ak jedna z absolútnych hodnôt odhadu, napríklad  $|x_2|$ , je omnoho menšia ako je štandardná neistota  $u(x_2)$  prislúchajúca tomuto odhadu alebo je nulová, možno vo vzťahu S4-3 zanedbať člen obsahujúci očakávanú hodnotu. Výsledná rovnica je:

$$u^2(x_1 \times x_2) \cong x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \times u^2(x_2) \quad (\text{S4.4})$$

Ak absolútne hodnoty oboch členov súčiny sú oveľa menšie ako ich štandardné neistoty alebo sú nulové, iba tretí člen v rovnici (S4.3) udáva významný príspevok

$$u^2(x_1 \times x_2) \cong u^2(x_1) \times u^2(x_2) \quad (\text{S4.5})$$

## S5 KALIBRÁCIA TERMOELEKTRICKÉHO SNÍMAČA TEPLoty TYPu N PRI 1000 °C

**S5.1** Termoelektrický snímač teploty (TST) typu N sa kalibruje porovnávaním s dvomi referenčnými TST typu R v horizontálnej peci pri teplote 1000 °C. Napätie generované TST je merané digitálnym voltmetrom cez prepínač. Všetky TST majú referenčné spoje na 0 °C. Kalibrovaný TST je pripojený k referenčnému koncu použitím kompenzačného vedenia.

**S5.2** Teplota  $t_X$  meracieho spoja kalibrovaného TST je

$$t_X = t_S \left( V_{iS} + \delta V_{iS1} + \delta V_{iS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{S0}}{C_{S0}} \right) + \delta t_D + \delta t_F \cong$$

$$\cong t_S(V_{iS}) + C_S \times V_{iS1} + C_S \times V_{iS2} + C_S \times \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}} \delta t_{S0} + \delta t_D + \delta t_F \quad (\text{S5.1})$$

**S5.3** Napätie  $V_X$  TST medzi meracím a referenčným spojom pri 0 °C počas kalibrácie je

$$V_X(t) \cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{X0}}{C_{X0}} = V_{iX} + \delta V_{iX1} + \delta V_{iX2} + \delta V_R + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} + \frac{\delta t_{X0}}{C_{X0}} \quad (\text{S5.2})$$

kde:

$t_S(V)$	- teplota meraná referenčným TST v závislosti od napätia pri teplote referenčného spoja 0 °C. Funkcia je uvedená v kalibračnom certifikáte;
$V_{iS}, V_{iX}$	- údaje voltmetra;
$\delta V_{iS1}, \delta V_{iX1}$	- korekcie napätia získané z kalibrácie voltmetra;
$\delta V_{iS2}, \delta V_{iX2}$	- korekcie napätia v dôsledku obmedzenej rozlíšiteľnosti voltmetra;
$\delta V_R$	- korekcie napätia v dôsledku vplyvu kontaktov prepínača;
$\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$	- korekcie teploty v dôsledku odchýlky od referenčnej teploty 0 °C;
$C_S, C_X$	- citlivosti TST (teplota/napätie) pri meracej teplote 1000 °C;
$C_{S0}, C_{X0}$	- citlivosti TST (teplota/napätie) pri referenčnej teplote 0 °C;
$\delta t_D$	- zmena hodnoty referenčného TST od jeho poslednej kalibrácie v dôsledku driftu;
$\delta t_F$	- korekcia teploty v dôsledku nehomogenity teploty pece;

$t$	- teplota, pri ktorej sa kalibruje TST (kalibračný bod);
$\Delta t = t - t_X$	- korekcia teploty kalibračného bodu od teploty pece;
$\delta V_{LX}$	- korekcia napätia spôsobená kompenzačnými vedeniami.

**S5.4** Výsledkom kalibrácie je údaj výstupného napätia TST pri teplote jeho meracieho spoja. Keďže sa merací proces skladá z dvoch krokov - určenie teploty pece a určenie napätia kalibrovaného TST - vyhodnotenie neistoty merania je rozdelené na dve časti.

**S5.5 Referenčné etalóny ( $t_S(V)$ ):** Referenčné TST majú kalibračné certifikáty, ktoré udávajú vzťah medzi ich teplotami na meracom a referenčnom spoji a napätím v ich vedení. Rozšírená neistota merania pri 1000 °C je  $U = 0,3$  °C (koeficient pokrytia  $k = 2$ ).

**S5.6 Kalibrácia voltmetra ( $\delta V_{iS1}$ ,  $\delta V_{iX1}$ ):** Voltmeter bol kalibrovaný. Korekcie meraných napätí boli urobené pre všetky hodnoty. Kalibračný certifikát udáva konštantnú rozšírenú neistotu merania  $U = 2,0$   $\mu$ V (koeficient pokrytia  $k = 2$ ) pre napätia menšie ako 50 mV.

**S5.7 Rozlíšiteľnosť voltmetra ( $\delta V_{iS2}$ ,  $\delta V_{iX2}$ ):** Bol použitý  $4^{1/2}$  digitový voltmeter, čo pri jeho rozsahu 10 mV znamená maximálnu rozlíšiteľnosť  $\pm 0,5$   $\mu$ V pre každý údaj.

**S5.8 Parazitné napätia ( $\delta V_R$ ):** Zvyškové parazitné napätia (pri nulovom napätí) spôsobené kontaktmi prepínača sa odhadli ako nulové v hraniciach  $\pm 2$   $\mu$ V.

**S5.9 Referenčné teploty ( $\delta t_{0S}$ ,  $\delta t_{0X}$ ):** Referenčné teploty jednotlivých TST boli 0 °C v hraniciach  $\pm 0,1$  °C.

**S5.10 Napät'ová citlivosť ( $C_S$ ,  $C_X$ ,  $C_{S0}$ ,  $C_{X0}$ ):** Napät'ová citlivosť TST (citlivostné koeficienty) sa prevzala z referenčných tabuliek:

	1000 °C	0 °C
referenčný TST	$C_S = 0,077$ °C/ $\mu$ V	$C_{S0} = 0,189$ °C/ $\mu$ V
kalibrovaný TST	$C_X = 0,026$ °C/ $\mu$ V	$C_{X0} = 0,039$ °C/ $\mu$ V

**S5.11 Drift referenčného etalónu ( $\delta t_D$ ):** Z predchádzajúcich kalibrácií sa odhaduje drift referenčného etalónu ako nulový v hraniciach  $\pm 0,3$  °C.

**S5.12 Teplotný gradient ( $\delta t_F$ ):** Teplotný gradient v peci pri 1000 °C je v hraniciach  $\pm 1$  °C.

**S5.13 Kompenzačné vedenie ( $\delta V_{LX}$ ):** vplyv kompenzačného vedenia sa zisťoval v rozsahu od 0 °C do 40 °C. Z neho vyplýva, že napät'ové rozdiely medzi kompenzačnými vedeniami a samotným TST ležia v odhadnutých hraniciach  $\pm 5$   $\mu$ V.

**S5.14 Merania ( $V_{iS}$ ,  $t_S(V_{iS})$ ,  $V_{iX}$ ):** Údaje na voltmetri sú zaznamenávané v nasledujúcich operačných procedúrach, ktoré dávajú štyri údaje pre každý TST a znižujú vplyv teplotného driftu v zdroji tepla a parazitného tepelného napätia v meracom obvode:

1. cyklus:

etalón č. 1, kalibrovaný TST, etalón č. 2,

etalón č. 2, kalibrovaný TST, etalón č. 1.

Zmena polarity.

2. cyklus:

etalón č. 1, kalibrovaný TST, etalón č. 2,

etalón č. 2, kalibrovaný TST, etalón č. 1.

**S5.15** Postup vyžaduje, aby rozdiel medzi dvomi referenčnými etalónmi nepresiahol  $\pm 0,3$  °C. Ak rozdiel nie je v týchto hraniciach, treba meranie opakovať a/alebo treba zistiť príčiny takého veľkého rozdielu.

TST	etalón č. 1	kalibrovaný snímač	etalón č. 2
Korigovaný údaj napätia	+10500 $\mu\text{V}$	+36245 $\mu\text{V}$	+10503 $\mu\text{V}$
	+10503 $\mu\text{V}$	+36248 $\mu\text{V}$	+10503 $\mu\text{V}$
	-10503 $\mu\text{V}$	-36248 $\mu\text{V}$	-10505 $\mu\text{V}$
	-10504 $\mu\text{V}$	-36251 $\mu\text{V}$	-10505 $\mu\text{V}$
Priemerná hodnota napätia	10502,5 $\mu\text{V}$	36248 $\mu\text{V}$	10504 $\mu\text{V}$
Teplota teplého spoja	1000,4 °C		1000,6 °C
Teplota pece		1000,5 °C	

**S5.16** Zo štyroch údajov pre každý TST uvedených v hornej tabuľke je odvodená priemerná hodnota napätia každého TST. Hodnoty napätia referenčných TST sa prevedú na hodnoty teploty na základe teplotne-napäťových vzťahov uvedených v kalibračnom certifikáte. Namerané hodnoty teploty sú značne korelované (korelačný koeficient je skoro jednotkový). Preto, pri uvažovaní ich strednej hodnoty, sú kombinované iba vzhľadom na jedno meranie, ktoré je pri teplote pece v mieste kalibrovaného TST. Podobným spôsobom sa získalo napätie kalibrovaného TST. Na vyhodnotenie neistoty merania spojenej s týmito odčítaniami sa vopred vykonala séria desiatich meraní pri rovnakej pracovnej teplote. Získal sa tak prierezový odhad smerodajnej odchýlky pre teplotu pece a napätie kalibrovaného TST.

Príslušné štandardné neistoty merania sledovaných veličín sú:

prierezový odhad smerodajnej odchýlky:  $s_p(t_S) = 0,10$  °C

štandardná neistota:  $u(t_S) = s_p(t_S)/\sqrt{1} = 0,10$  °C

prierezový odhad smerodajnej odchýlky:  $s_p(V_{iX}) = 1,6$   $\mu\text{V}$

štandardná neistota:  $u(V_{iX}) = s_p(V_{iX})/\sqrt{1} = 1,6$   $\mu\text{V}$

**S5.17 Bilancia neistôt (teplota  $t_x$  v peci):**

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. Rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$t_S$	1000,5 °C	0,10 °C	normálne	1,0	0,10 °C
$\delta V_{iS1}$	0 $\mu$ V	1,00 $\mu$ V	rovnorné	0,077 °C/ $\mu$ V	0,077 °C
$\delta V_{iS2}$	0 $\mu$ V	0,29 $\mu$ V	rovnorné	0,077 °C/ $\mu$ V	0,022 °C
$\delta V_R$	0 $\mu$ V	1,15 $\mu$ V	rovnorné	0,077 °C/ $\mu$ V	0,089 °C
$\delta t_{0S}$	0 °C	0,058 °C	rovnorné	-0,407	-0,024 °C
$\delta t_S$	0 °C	0,15 °C	normálne	1,0	0,15 °C
$\delta t_D$	0 °C	0,173 °C	rovnorné	1,0	0,173 °C
$\delta t_F$	0 °C	0,577 °C	rovnorné	1,0	0,577 °C
$\delta t_x$	1000,5 °C				0,641 °C

**S5.18 Bilancia neistôt (napätia  $V_x$  kalibrovaného TST):**

Štandardná neistota merania priradená k rozdielu teplôt medzi kalibračným bodom a teplotou pece je štandardná neistota merania teploty pece, pretože teplotný bod je definovaná hodnota (presne známa).

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. Rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$V_S$	36 248 $\mu$ V	1,60 $\mu$ V	normálne	1,0	1,60 $\mu$ V
$\delta V_{iX1}$	0 $\mu$ V	1,00 $\mu$ V	normálne	1,0	1,00 $\mu$ V
$\delta V_{iX2}$	0 $\mu$ V	0,29 $\mu$ V	rovnorné	1,0	0,29 $\mu$ V
$\delta V_R$	0 $\mu$ V	1,15 $\mu$ V	rovnorné	1,0	1,15 $\mu$ V
$\delta V_{LX}$	0 $\mu$ V	2,9 $\mu$ V	rovnorné	1,0	2,9 $\mu$ V
$\Delta t$	0,5 °C	0,641 °C	normálne	38,5 $\mu$ V/ °C	24,5 $\mu$ V
$\delta t_{0X}$	0 °C	0,058 °C	rovnorné	-25,6 $\mu$ V/ °C	-1,48 $\mu$ V
$V_x$	36 229 $\mu$ V				25,0 $\mu$ V

**S5.19 Rozšírená neistota**

Rozšírená neistota merania teploty pece je

$$U = k \times u(t_x) = 2 \times 0,641 \text{ °C} \cong 1,3 \text{ °C}$$

Rozšírená neistota napätia kalibrovaného TST je

$$U = k \times u(V_x) = 2 \times 25,0 \text{ } \mu\text{V} \cong 50 \text{ } \mu\text{V}$$

**S5.20 Komentovaný výsledok**

Kalibrovaný TST typu N pri teplote 1000,0 °C s referenčným spojom na hodnote 0°C, má napätie 36 230  $\mu$ V  $\pm$ 50  $\mu$ V.



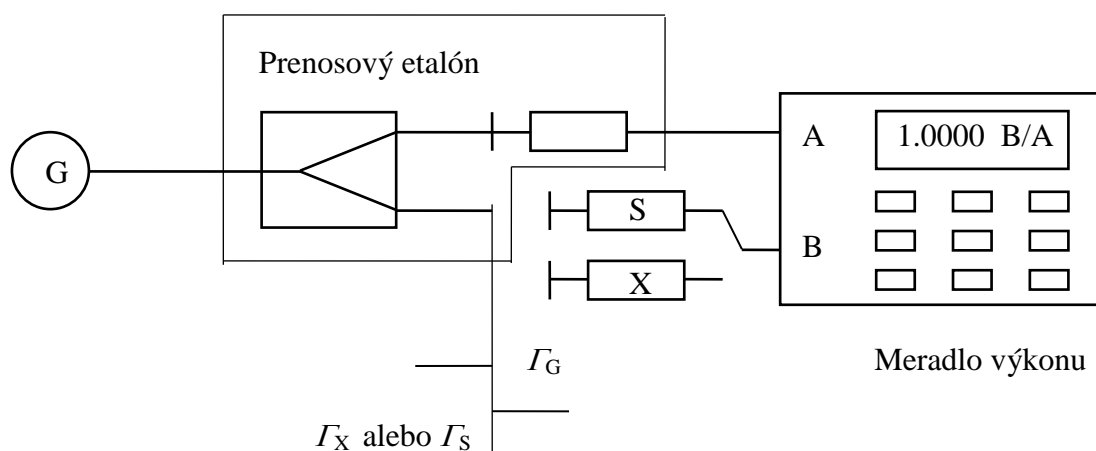
Uvedená rozšírená neistota merania je vyjadrená ako štandardná neistota merania vynásobená koeficientom pokrytia  $k = 2$ , čo pri normálnom rozdelení zodpovedá konfidenčnej pravdepodobnosti približne 95 %.

## S6 KALIBRÁCIA SNÍMAČA VÝKONU PRI FREKVENCII 18 GHz

**S6.1** Meranie zahŕňa kalibráciu neznámeho snímača výkonu vzhľadom na kalibrovaný snímač výkonu, ktorý sa používa ako referenčný pri zámene (substitučná metóda) na výstupe stabilného prenosového etalónu so známym malým koeficientom odrazu.

Meria sa kalibračný činiteľ, ktorý je definovaný ako pomer postupného výkonu pri referenčnej frekvencii 50 MHz k postupnému výkonu pri frekvencii kalibrácie za podmienky, že oba postupné výkony vyvolajú rovnakú odozvu snímača výkonu. Pri každej frekvencii je treba určiť (indikovaný) výkon pre kalibrovaný snímač vzhľadom na referenčný snímač a vnútorný snímač, ktorý tvorí súčasť prenosového etalónu, pri použití dvojkanálového merača výkonu s možnosťou merania pomeru.

### S6.2 Schéma meracieho systému



**S6.3** Veličina  $K$ , nazývaná niektorými výrobcami "kalibračný faktor", je definovaná ako:

$$K = \frac{P_{lr}}{P_{lc}} = \frac{(1 + |\Gamma_r|^2) P_{Ar}}{(1 + |\Gamma_c|^2) P_{Ac}} \quad (\text{S6.1})$$

pri zhodných údajoch meradla výkonu

kde:

$P_{lr}$  - postupný výkon pri referenčnej frekvencii (50 MHz),

$P_{lc}$  - postupný výkon pri kalibračnej frekvencii,

$\Gamma_r$  - činiteľ odrazu snímača pri referenčnej frekvencii,

- $I_c$  - činiteľ odrazu snímača pri kalibračnej frekvencii,  
 $P_{Ar}$  - výkon absorbovaný snímačom pri referenčnej frekvencii,  
 $P_{Ac}$  - výkon absorbovaný snímačom pri kalibračnej frekvencii.

**S6.4** Kalibračný faktor neznámeho snímača sa získa zo vzťahu

$$K_x = (K_S + \delta K_D) \frac{M_{Sr} M_{Xc}}{M_{Sc} M_{Xr}} p_{Cr} p_{Cc} p \quad (S6.2)$$

kde:

- $K_S$  - kalibračný faktor referenčného snímača výkonu,  
 $\delta K_D$  - odchýlka kalibračného faktora referenčného snímača výkonu od jeho poslednej kalibrácie v dôsledku driftu,  
 $M_{Sr}$  - faktor neprispôsobenia referenčného snímača pri referenčnej frekvencii,  
 $M_{Sc}$  - faktor neprispôsobenia etalónového snímača pri kalibračnej frekvencii,  
 $M_{Xr}$  - faktor neprispôsobenia kalibrovaného snímača pri referenčnej frekvencii,  
 $M_{Xc}$  - faktor neprispôsobenia kalibrovaného snímača pri kalibračnej frekvencii,  
 $p_{Cr}$  - korekcia nameraného pomeru v dôsledku nelinearity a obmedzenej rozlíšiteľnosti meradla výkonu pri úrovni pomeru výkonov zodpovedajúce referenčnej frekvencii,  
 $p_{Cc}$  - korekcia nameraného pomeru v dôsledku nelinearity a obmedzenej rozlíšiteľnosti meradla výkonu pri úrovni pomeru výkonov zodpovedajúce kalibračnej frekvencii

$$p = \frac{P_{Sr} P_{Xc}}{P_{Sc} P_{Xr}} \quad \text{- pozorovaný podiel pomerov výkonov, kde:}$$

- $p_{Sr}$  - indikovaný pomer pre referenčný snímač pri referenčnej frekvencii,  
 $p_{Sc}$  - indikovaný pomer pre referenčný snímač pri kalibračnej frekvencii,  
 $p_{Xr}$  - indikovaný pomer pre kalibrovaný snímač pri referenčnej frekvencii,  
 $p_{Xc}$  - indikovaný pomer pre kalibrovaný snímač pri kalibračnej frekvencii.

**S6.5 Referenčný snímač ( $K_S$ ):** Referenčný snímač bol kalibrovaný pred šiestimi mesiacmi. Hodnota kalibračného faktora, uvedená v kalibračnom certifikáte je  $(95,7 \pm 1,1)\%$  (koeficient pokrytia  $k = 2$ ), ktorú možno tiež vyjadriť ako  $0,957 \pm 0,011$ .

**S6.6 Drift etalónu ( $\delta K_D$ ):** Drift kalibračného faktora referenčného etalónu sa odhaduje z každoročných kalibrácií ako  $-0,002$  za rok s odchýlkou v rozsahu  $\pm 0,004$ . Z týchto hodnôt drift referenčného snímača, ktorý bol kalibrovaný pred pol rokom, sa odhaduje na  $-0,001$  s odchýlkami v hraniciach  $\pm 0,002$ .

**S6.7 Linearita a rozlíšiteľnosť meradla výkonu ( $p_{Cr}$ ,  $p_{Cc}$ ):** Rozšírená neistota je  $0,002$  (koeficient pokrytia  $k = 2$ ) v dôsledku nelinearity použitého meradla pri hodnotách odčítaných

z meradla pri výkonovom pomere a referenčnej frekvencii a 0,0002 pri hodnotách odčítaných z meradla pri výkonovom pomere a kalibračnej frekvencii. Tieto hodnoty boli získané z predchádzajúcich meraní. Keďže na získanie oboch hodnôt  $p_S$  a  $p_X$  bolo použité rovnaké meradlo výkonu, príspevky neistôt pri referenčnej ako aj pri kalibračnej frekvencii sú korelované. Pretože tu ide o podiel hodnôt pri oboch frekvenciách, korelácia spôsobuje znižovanie neistoty. Preto stačí uvažovať iba relatívny rozdiel v odčítaných hodnotách v dôsledku systematických vplyvov (pozri matematickú poznámku v odseku S3.12), čím sa získa štandardná neistota 0,00142 prislúchajúca ku korekčnému faktoru  $p_{Cr}$  a 0,000142 ku faktoru  $p_{Cc}$ .<sup>2</sup>

**S6.8 Činiteľ neprispôsobenia ( $M_{Sr}$ ,  $M_{Sc}$ ,  $M_{Xr}$ ,  $M_{Xc}$ ):** Keďže prenosový etalónový systém nie je dokonale prispôsobený a nie je známa fáza činiteľov odrazu prenosového etalónu, neznámeho a etalónového snímača výkonu, pri referenčnej a kalibračnej frekvencii vzniká neistota v dôsledku neprispôsobenia každého snímača.

Odpovedajúce hranice odchýlok sa vypočítajú pre referenčnú a kalibračnú frekvenciu zo vzťahu:

$$M_{S,X} = 1 \pm 2 \left| \Gamma_G \right| \left| \Gamma_{S,X} \right| \quad (S6.3)$$

kde veľkosti činiteľov odrazu prenosového etalónu, referenčného snímača a kalibrovaného snímača sú:

	50 MHz	18 GHz
$\left  \Gamma_G \right $	0,02	0,07
$\left  \Gamma_S \right $	0,02	0,10
$\left  \Gamma_X \right $	0,02	0,12

Rozdelenie pravdepodobností jednotlivých príspevkov je v tvare U. Z toho vyplýva, že sa nahrádza faktor 1/3 v prípade rovnomerného rozdelenia za 1/2 zo štvorca polovičnej šírky intervalu určených hraníc pri výpočte rozptylu. Štandardná neistota v dôsledku chýb sa potom získa ako:

$$u(M_{S,X}) = \frac{2 \left| \Gamma_G \right| \left| \Gamma_S \right|}{\sqrt{2}} \quad (S6.4)$$

**POZNÁMKA:** Hodnoty činiteľov odrazu sú výsledkami meraní, ktoré sú samé vystavené neistotám. Toto sa zohľadňuje pripočítaním druhej odmocniny súčtu druhej mocniny neistôt meraných hodnôt.

**S6.9 Korelácia:** Korelácie medzi všetkými vstupnými veličinami sa považujú za zanedbateľné.

**S6.10 Merania ( $p$ ):** Vykonali sa tri oddelené odčítania, ktoré zahrňujú rozpojenie a opätovné spojenie oboch snímačov referenčného a kalibrovaného k prenosovému etalónu, aby sa počítalo aj s opakovateľnosťou spoja. Údaje odčítané z meradla výkonu sa použijú na výpočet výkonového pomeru  $p$  a sú nasledovné:

č.m.	$p_{Sr}$	$p_{Sc}$	$p_{Xr}$	$p_{Xc}$	$p$
1	1,0001	0,9924	1,0001	0,9698	0,9772
2	1,0000	0,9942	1,0000	0,9615	0,9671
3	0,9999	0,9953	1,0001	0,9792	0,9836

aritmetický priemer:

$$\bar{p} = 0,9760$$

experimentálna smerodajná odchýlka:

$$s(p) = 0,0083$$

štandardná neistota:

$$u(p) = s(\bar{p}) = \frac{0,0083}{\sqrt{3}} = 0,0048$$

### S6.11 Bilancia neistôt ( $K_X$ ):

veličina	Odhad	štandardná neistota	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$K_S$	0,957	0,0055	normálne	0,976	0,00537
$\delta K_D$	-0,001	0,0012	rovnomerné	0,976	0,00113
$M_{Sr}$	1,000	0,0006	U-tvar	0,933	0,00053
$M_{Sc}$	1,000	0,0099	U-tvar	-0,933	0,00924
$M_{Xc}$	1,000	0,0006	U-tvar	-0,933	-0,00053
$M_{Xc}$	1,000	0,0119	U-tvar	0,933	0,01110
$p_{Cr}$	1,000	0,0014	normálne	0,933	0,00132
$p_{Cc}$	1,000	0,0001	normálne	0,933	0,00013
$p$	0,976	0,0048	normálne	0,956	0,00459
$K_X$	0,933				0,01623

### S6.12 Rozšírená neistota

$$U = k \times u(K_X) = 2 \times 0,01623 \cong 0,032$$

### S6.13 Komentovaný výsledok

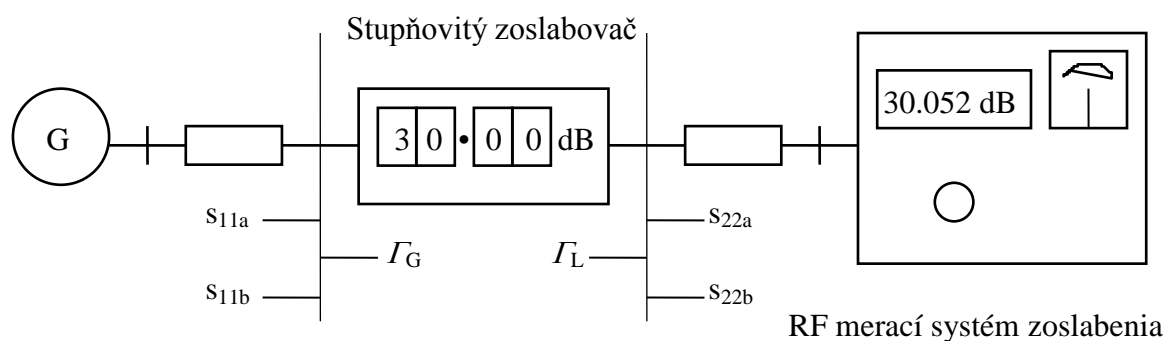
Kalibračný faktor snímača výkonu pri 18 GHz je  $0,933 \pm 0,032$ , čo možno tiež vyjadriť ako  $(93,3 \pm 3,2)\%$ .

Uvedená rozšírená neistota merania je vyjadrená ako štandardná neistota merania vynásobená koeficientom pokrytia  $k = 2$ , ktorá pri normálnom rozdelení zodpovedá konfidencnej pravdepodobnosti približne 95 %.

## S7 KALIBRÁCIA KOAXIÁLNEHO STUPŇOVITÉHO ÚTLMOVÉHO ČLENA PRI NASTAVENÍ 30 DB (PRÍDAVNÁ STRATA)

**S7.1** Meranie zahrňuje kalibráciu koaxiálneho stupňovitého útlmového člena pri 10 GHz pomocou meracieho systému zoslabenia obsahujúceho stupňovitý útlmový člen vo funkcii referenčného zoslabovača. Meracia metóda zahrňuje určenie zoslabenia medzi prispôbeným zdrojom a prispôbenou záťažou. V tomto prípade neznámy útlmový člen môže byť prepnutý medzi nastaveniami 0 dB a 30 dB a je to táto zmena (nazývajúca sa prídavná strata), ktorá sa určuje pri kalibrácii. Merací systém zoslabovača má digitálne odčítanie údajov a analógový detektor nuly, ktorý indikuje vyvážený stav.

**S7.2** Schéma meracieho systému



**S7.3** Zoslabenie  $L_X$  kalibrovaného útlmového člena sa získa zo vzťahu:

$$L_X = L_S + \delta L_S + \delta L_D + \delta L_M + \delta L_K + \delta L_{ib} - \delta L_{ia} + \delta L_{0b} - \delta L_{0a} \quad (S7.1)$$

kde:

- $L_S = L_{ib} - L_{ia}$  - rozdiel zoslabení referenčného útlmového člena odvodeného od:
- $L_{ia}$  - indikované zoslabenie kalibrovaného útlmového člena pri nastavení 0 dB,
- $L_{ib}$  - indikované zoslabenie kalibrovaného útlmového člena pri nastavení 30 dB,
- $\delta L_S$  - korekcia získaná kalibráciou referenčného útlmového člena,
- $\delta L_D$  - zmena zoslabenia referenčného útlmového člena od jeho poslednej kalibrácie v dôsledku driftu,
- $\delta L_M$  - korekcia v dôsledku neprispôsobenia,
- $\delta L_K$  - korekcia parazitného signálu medzi vstupom a výstupom kalibrovaného útlmového člena zapríčinené nedokonalou izoláciou,
- $\delta L_{ia}, \delta L_{ib}$  - korekcie v dôsledku obmedzeného rozlíšenia referenčného detektora pri nastaveniach 0 dB a 30 dB,
- $\delta L_{0a}, \delta L_{0b}$  - korekcie v dôsledku obmedzeného rozlíšenia nulového detektora pri nastaveniach 0 dB a 30 dB.

**S7.4 Referenčný útlmový člen ( $\delta L_S$ ):** Kalibračný certifikát referenčného útlmového člena udáva hodnotu zoslabenia pri 10 GHz pre nastavenie 30,000 dB hodnotu útlmu 30,003 dB a

rozšírenú neistotu 0,005 dB (koeficient pokrytia  $k = 2$ ). Pre nastavenie zoslabenia referenčného útlmového člena, ktoré sa nelíši viac ako  $\pm 0,1$  dB od kalibračného nastavenia 30,000 dB, bude korekcia +0,003 dB a jej rozšírená neistota 0,005 dB (koeficient pokrytia  $k = 2$ ).

**S7.5 Drift referenčného prvku ( $\delta L_D$ ):** Drift zoslabenia referenčného útlmového člena sa odhaduje z predchádzajúcich kalibrácií ako nulový v hraniciach  $\pm 0,002$  dB.

**S7.6 Straty neprispôsobením ( $\delta L_M$ ):** Koeficient odrazu zdroja a záťaže v bode vloženého kalibrovaného útlmového člena bol optimalizovaný impedančným prispôsobením zodpovedajúcim čo najmenším hodnotám. Ich veľkosti a veľkosti rozptylových koeficientov kalibrovaného útlmového člena sa namerali, ale ich fázy zostali neznáme. Bez informácie o fázach sa však nedá vykonať korekcia neprispôsobenia, ale štandardná neistota (v dB) v dôsledku nedostatočných vedomostí o prispôsobení sa odhaduje zo vzťahu [1]:

$$u(\delta L_M) = \frac{8,686}{\sqrt{2}} \sqrt{|G_S|^2 (|s_{11a}|^2 + |s_{11b}|^2) + |G_L|^2 (|s_{22a}|^2 + |s_{22b}|^2) + |G_S|^2 \times |G_L|^2 (|s_{21a}|^4 + |s_{21b}|^4)}$$

(S7.2)

S činiteľom odrazu zdroja a záťaže  $G_L = 0,03$  a  $G_S = 0,03$   
a rozptylovými koeficientmi kalibrovaného útlmového člena pri 10 GHz

	0 dB	30 dB
$s_{11}$	0,05	0,09
$s_{22}$	0,01	0,01
$s_{21}$	0,95	0,031

ako  $u(\delta L_M) = 0,02$  dB.

POZNÁMKA: Hodnoty činiteľa odrazu a rozptylu sú výsledkom meraní, teda samé o sebe nie sú presne známe. Toto sa zohľadňuje pripočítaním druhej odmocniny súčtu štvorcov neistôt nameraných hodnôt.

**S7.7 Korekcia parazitných vplyvov ( $\delta L_K$ ):** Parazitné signály prechádzajúce cez kalibrovaný útlmový člen sa odhadli z meraní pri nastavení 0 dB, ktoré má byť aspoň 100 dB pod meraným signálom. Korekcia parazitných signálov sa za týchto podmienok odhaduje na  $\pm 0,003$  dB pri nastavení 30 dB.

**S7.8 Rozlíšiteľnosť nastavenia referenčného útlmového člena ( $\delta L_{ia}$ ,  $\delta L_{ib}$ ):** Digitálny údaj referenčného útlmového člena má rozlíšenie 0,001 dB, z ktorého chyba rozlíšenia sa odhaduje v rozsahu  $\pm 0,0005$  dB.

**S7.9 Rozlíšiteľnosť nulového detektora ( $\delta L_{0a}$ ,  $\delta L_{0b}$ ):** Detekčná rozlíšiteľnosť bola určená z predchádzajúcich vyhodnotení a má štandardnú odchýlku 0,002 dB pri každom odčítaní s predpokladaným normálnym pravdepodobnostným rozdelením.

**S7.10 Korelácia:** Korelácie medzi všetky vstupnými veličinami sa považujú za zanedbateľné.

**S7.11 Merania:** Namerané hodnoty prídavnej straty kalibrovaného útlmového člena medzi nastavením 0 dB a 30 dB:

Č. m.	Odčítaná hodnota pri	
	nastavení 0 dB	nastavení 30 dB
1	0,000 dB	30,033 dB
2	0,000 dB	30,058 dB
3	0,000 dB	30,018 dB
4	0,000 dB	30,052 dB

aritmetický priemer:  $\bar{L}_S = 30,040 \text{ dB}$

experimentálna smerodajná neistota:  $s(L_S) = 0,018 \text{ dB}$

štandardná neistota:  $u(L_S) = s(\bar{L}_S) = \frac{0,018 \text{ dB}}{\sqrt{4}} = 0,009 \text{ dB}$

**S7.12 Bilancia neistôt ( $L_X$ ):**

veličina $X_i$	Odhad $x_i$	štandardná neistota $u(x_i)$	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient $c_i$	príspevok neistoty $u_i(y)$
$L_S$	30,040 dB	0,0090 dB	normálne	1,0	0,0090 dB
$\delta L_S$	0,003 dB	0,0025 dB	rovnorné	1,0	0,0025 dB
$\delta L_D$	0 dB	0,0011 dB	U-tvar	1,0	0,0011 dB
$\delta L_M$	0 dB	0,0200 dB	U-tvar	1,0	0,0200 dB
$\delta L_K$	0 dB	0,0017 dB	U-tvar	1,0	0,0017 dB
$\delta L_{ia}$	0 dB	0,0003 dB	U-tvar	-1,0	-0,0003 dB
$\delta L_{ib}$	0 dB	0,0003 dB	rovnorné	1,0	0,0003 dB
$\delta L_{0a}$	0 dB	0,0020 dB	rovnorné	-1,0	-0,0020 dB
$\delta L_{0b}$	0 dB	0,0020 dB	normálne	1,0	0,0020 dB
$L_X$	30,043 dB				0,0224 dB

**S7.13 Rozšírená neistota**

$$U = k \times u(L_X) = 2 \times 0,0224 \text{ dB} \cong 0,045 \text{ dB}$$

**S7.14 Komentovaný výsledok**

Nameraná hodnota stupňovitého útlmového člena pri nastavení 30 dB pri 10 GHz je (30,043±0,045) dB.

Uvedená rozšírená neistota merania je vyjadrená ako štandardná neistota merania vynásobená koeficientom pokrytia  $k = 2$ , ktorá pri normálnom rozdelení zodpovedá konfidencnej pravdepodobnosti približne 95 %.

**S7.15 Literatúra**

- [1] Harris, I. A.; Warner, F. L.: Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation. In: IEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No. 1, Febr. 1981

**DODATOK 2****PRÍKLADY****Obsah**

S8	ÚVOD .....	49
S9	Kalibrácia ručného digitálneho multimetra pri jednosmernom napätí 100 V .....	52
S10	Kalibrácia posuvného meradla .....	56
S11	Kalibrácia teplotného kalibrátora pri teplote 180 °C .....	61
S12	Kalibrácia bytového vodomera .....	64
S13	Kalibrácia krúžkového kalibra s menovitým priemerom 90 mm.....	68



## S8 ÚVOD

- S8.1** Nasledovné príklady sú vybrané tak, aby predviedli metódu stanovenia neistoty merania. Dopĺňujú príklady prezentované v Dodatku 1 publikácie EAL-R2 (Vydanie 1. November 1997). Terajšia zbierka príkladov sa sústreďuje na situácie, kde pri vyjadrovaní neistoty podieľa jeden alebo dva dominantné členy alebo kde počet opakovaných meraní je malý.
- S8.2** Príklady boli vybrané tak, aby znázorňovali situácie, s ktorými sa stretávame v praxi. Malo by sa však zdôrazniť, že v praktických aplikáciách nie je potrebné vykonať matematické odvodenie, ktoré sú uvedené v týchto príkladoch, obzvlášť v matematických poznámkach pripojených k niektorým príkladom. Užívateľ by mal predovšetkým využiť výsledky teoretických prác, po oboznámení sa s podmienkami, ktoré sa musia splniť. Napríklad ak v danej situácii zistí, že výsledky majú rovnomerné rozdelenie (čo nastane v prípade jedného člena, ktorá má rovnomerné rozdelenie, je potrebné uvažovať s jeho vplyvom na výslednú hodnotu neistoty), možno hneď dospieť k záveru, že pre pravdepodobnosť pokrytia 95 % sa musí použiť koeficient rozšírenia  $k = 1,65$  (pozri S9.14).
- S8.3** Všeobecný záver, ktorý sa môže vyjadriť z tvorby neistoty je, že v prípade len jedného dominantného príspevku k neistote, typ rozdelenia tohto príspevku platí aj pre výsledok merania. K stanoveniu neistoty výsledku merania sa ako obvykle musí použiť príslušný koeficient citlivosti.
- S8.4** Malo by sa dodať, že pre situácie, kedy k príspevku neistoty prispieva iba jeden alebo niekoľko dominantných členov, sa často stretávame v súvislosti s menej zložitými meracími prístrojmi, pri ktorých je dominantný člen neistoty často spôsobený obmedzenou rozlišovacou schopnosťou prístroja. Preto sa môže zdať paradoxné, že spracovanie neistoty meranie pre menej zložité prístroje, ako je ukázané na príkladoch tohto Dodatku, je omnoho zložitejšie ako spracovanie „priamych“ príkladov v Dodatku 1. Je potrebné mať na zreteli, že matematické odvodenia, ktoré môžu byť vnímané ako komplikácie, sú uvedené z pedagogických dôvodov v hlavnom dokumente na miestach, kde sú potrebné.
- S8.5** Príklady vychádzajú z návrhov pripravených expertnými skupinami EA. Tieto návrhy boli zjednodušené a harmonizované, aby boli pre pracovníkov laboratória prehľadné vo všetkých oblastiach kalibrácie. Táto zostava príkladov, podobne ako predchádzajúca séria publikovaná v Dodatku 1 EAL-R2, snáď prispeje k lepšiemu pochopeniu detailov, z akých je zostavený model stanovenia neistôt a taktiež o k harmonizácii procesu vyjadrenia neistoty merania a to nezávisle od oblasti merania.

- S8.6** Príspevky k neistote a hodnoty uvedené v príkladoch nie sú záväzné alebo ako prednostne vyžadované. Laboratóriá by mali určiť príspevky k neistote na základe modelovej funkcie a použiť ich pri vyhodnocovaní konkrétnych kalibrácií a uviesť vyhodnotenú neistotu merania v kalibračnom certifikáte, ktoré vydávajú.
- S8.7** Uvedené príklady dodržia obecnú schému prezentovanú a implementovanú v prvom dodatku EAL-R2. V odstavci S1.4 tohto dokumentu čitateľ nájde ďalšie detaily.
- S8.8** Analýza neistoty v týchto príkladoch je určená na prezentovanie zásad špeciálnych meracích procesov a metód vyhodnotenia výsledkov merania a s ním spojených neistôt. Aby analýzy boli transparentné, a pre tie prípady, kde nie sú experti v relevantných metrologických oblastiach, zvolila sa jednotná metóda pre výber symbolov veličín, zameraná viac na fyzikálne prostredie než na súčasnú prax obvykle používanú v rôznych oblastiach.
- S8.9** Vo všetkých uvedených prípadoch je použité niekoľko rekurentných veličín. Jednou z nich je meraná veličina t.j. hodnota, ktorá sa má merať, inou je hodnota prezentovaná pracovným etalónom, ktorý realizuje lokálnu jednotku (s touto veličinou sa meraná veličina porovnáva). Okrem týchto dvoch veličín je niekoľko ďalších, ktoré majú rolu dodatočných lokálnych veličín alebo korekcií.
- S8.10** Korekcie popisujú nedokonalú rovnosť medzi meranou veličinou a výsledkom merania. Niektoré z korekcií sú dané úplnými výsledkami merania, t.j. meranou hodnotou a jej priradenou neistotou. V ďalších prípadoch je rozdelenie hodnôt odvodené viac menej z dôkladnej znalosti jeho podstaty. Vo väčšine prípadov toto povedie k odhadu medzi neznámych odchýlok.
- S8.11** V niektorých prípadoch veličina prezentovaná pracovným etalónom je charakterizovaná nominálnou hodnotou etalónu. To znamená, že do analýzy neistoty často vstupujú nominálne hodnoty, ktoré sa k nim vzťahujú.
- S8.12** Príklady boli navrhnuté tak, aby sa mohli dodržať pravidlá zápisu, ktoré sú uvedené nižšie a pritom aby sa mohli odlíšiť matematické modely vyhodnotenia neistoty vo vyššie uvedenom pojatí. Je zrejmé, že pravidlá zápisu nie je možné striktné dodržať, pretože praktické používanie značiek je rozdielne v rôznych oblastiach metrológie.
- S8.13** Použité označenie sa rozlišuje medzi hlavnými hodnotami, nominálnymi hodnotami, korigovanými hodnotami a hodnotami medzí:

Hlavnými veličinami sú merané alebo pozorované hodnoty, ktoré podstatnou časťou prispievajú v hodnote meranej veličiny. Sú znázornené malými písmenami abecedy písanými kurzívou; v prípade, ak veličina predstavuje rozdiel, uvedie sa symbol veľké grécke delta.

PRÍKLAD:

$t_{ix}$  - teplota indikovaná teplomerom X, ktorý má byť kalibrovaný (index  $i$  znamená „indikovaná“),  
 $\Delta l$  - pozorovaný rozdiel pri presune meracieho hriadeľa.

Nominálnymi hodnotami sú stanovené hodnoty veličiny realizované etalónom alebo meracím prístrojom. Sú približnými hodnotami, ktoré tvoria hlavnú časť realizovanej hodnoty. Sú vyjadrené veľkými písmenami abecedy písanými kurzívou.

PRÍKLAD:

$L$  - nominálna hodnota dĺžky mierky, ktorá má byť kalibrovaná.

Korigované hodnoty udávajú malé odchýlky od hlavných hodnôt, ktoré sú známe alebo majú byť odhadnuté. Sú vyjadrené malým písmenom gréckej abecedy – delta:

PRÍKLAD:

$\delta m_D$  – možná odchýlka spôsobená driftom hodnoty referenčného závažia od poslednej kalibrácie

$\delta m_C$  – korekcia na excentricitu zaťaženia a na magnetický vplyv pri kalibrácií závaží

Hodnoty medzi sú pevne stanovené na základe odhadu možných zmien neznámych hodnôt veličiny. Sú vyjadrené symbolom, ktorým je označovaná uvažovaná veličina a predchádza mu symbol veľkej gréckej delty.

PRÍKLAD:

$\Delta\alpha_x$  - odhadnutá polovica šírky intervalu možných odchýlok lineárneho teplotného súčiniteľa odporu, ktorý je určený vo špecifikácii výrobcu kalibrovaného odporu

Diferenciácia medzi rozdielnymi veličinami rovnakého druhu sa vykonáva pomocou indexov ako je to uvedené v príkladoch. Pritom sú dodržané medzinárodne prijaté pravidlá označovania fyzikálnych veličín; indexy predstavujúce fyzikálne veličiny sú označené kurzívou, indexy predstavujúce artefakty, prístroje a pod. sú písané rovným písmom.

**S8.14** Definované referenčné hodnoty sú symbolizované značkou veličiny s indexom nula.

PRÍKLAD:

$p_0$  - referenčný tlak, napr. 1000 mbar.

**S8.15** Pomer veličín rovnakého druhu (bezrozmerné pomery) sa vyjadrujú písmenami malej abecedy písanými kurzívou.

PRÍKLAD:

$r = R_{iX} / R_{iN}$  - pomer indikovaných odporov a to neznámeho odporu a referenčného odporu (index / označuje indikovaný t.j. udávaný meracím prístrojom)

**S8.16** Ak sa použije niekoľko indexov, potom sa poradie indexov vyberie tak, že index, ktorý symbolizuje najvšeobecnejší význam je čo najviac vľavo a index, ktorý symbolizuje najšpecifickejší význam, je čo najviac vpravo.

PRÍKLAD:

$V_{i1}, V_{i2}$  - napätie indikované voltmetrom „1“ prípadne voltmetrom „2“

**S8.17** Účelom príkladov v tomto druhom dodatku EAL-R2 je ilustrovať pre potreby ostatných rozdielne aspekty, s ktorými sa stretávame v súvislosti s kalibráciou meracích prístrojov. Príklady sú taktiež uvedené v metodických dokumentoch EAL a EA<sup>1</sup>, ktoré sa týkajú kalibrácie konkrétnych typov meracích prístrojov.

## **S9 KALIBRÁCIA RUČNÉHO DIGITÁLNEHO MULTIMETRA PRI JEDNOSMERNOM NAPÄTÍ 100 V**

**S9.1** V rámci všeobecnej kalibrácie, ručný digitálny multimeter (DMM) bol kalibrovaný pri vstupnom jednosmernom napätí 100 V DC, pričom ako pracovný etalón bol použitý multifunkčný kalibrátor.

- (1) Výstupné svorky kalibrátora sa pripoja k vstupným svorkám DMM pomocou vhodných pripojovacích vodičov
- (2) Kalibrátor sa nastaví na 100V a po vhodnej stabilizácii sa odčíta hodnota udávaná DMM
- (3) Chyba údajov DMM sa vypočíta z hodnoty indikovanej DMM a z hodnoty nastavenej na kalibrátore.

**S9.2** Je nutné poznamenať, že chyba indikácie DMM, ktorá sa získa použitím postupu merania, zahŕňa vplyv offsetu ako aj odchýlku od linearity.

**S9.3** Chyba indikácie  $E_x$  kalibrovaného DMM sa získa zo vzťahu

$$E_x = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \quad (S9.1)$$

kde

$V_{iX}$  - napätie indikované DMM (index  $i$  znamená indikáciu)

$V_S$  - napätie generované kalibrátorom

$\delta V_{iX}$  - korekcia indikovaného napätia v dôsledku konečnej rozlíšiteľnosti DMM

---

<sup>1</sup> EAL-G26 Calibration of pressure balances  
EAL-G31 Calibration of thermocouples

EAL-G32 Measurement and generation of small ac voltages with inductive voltage dividers

EA-10/10, EA Guidelines on the Determination of Pitch Diameter of Parallel Thread gauges by Mechanical Probing

$\delta V_S$  - korekcia kalibrátora napätia v dôsledku

- (1) driftu od poslednej kalibrácie
- (2) odchýlky, ktorá je výsledkom kombinovaného vplyvu ofsetu, nelinearity a rozdielu zosilnenia
- (3) odchýlky od okolitej teploty
- (4) odchýlky od napájacieho napätia
- (5) vplyvu zaťaženia vyplývajúceho z konečného vstupu odporu kalibrovaného DMM

**S9.4** Rozptyl indikovaných hodnôt nie je pozorovaný, pretože je obmedzená rozlišovacia schopnosť DMM.

**S9.5 Hodnoty odčítané z DMM ( $V_{iX}$ )**

DMM indikuje napätie 100,1V pri nastavení napätia 100 V na kalibrátore. Predpokladá sa, že údaj odčítaný z DMM je presný.

**S9.6 Pracovný etalón ( $V_S$ )**

Kalibračný certifikát pre multifunkčný kalibrátor uvádza, že hodnota indikovaná pri nastavení kalibrátora je hodnotou generovaného napätia a že sa k nemu vzťahuje rozšírená relatívna neistota merania rovná  $W=0,000\ 02$  (koeficient rozšírenia  $k = 2$ ). Rozšírená relatívna neistota vedie k rozšírenej neistote merania  $U=0,002\ V$  (koeficient rozšírenia  $k = 2$ ) a vzťahuje sa k indikovanému nastaveniu 100 V.

**S9.7 Rozlišovacia schopnosť kalibrovaného DMM ( $\delta V_{iX}$ )**

Posledná významná číslica (digit) na displeji DMM zodpovedá 0,1 V. Každá hodnota odčítaná z DMM má korekciu v dôsledku obmedzeného odčítania hodnoty z displeja, ktorá sa odhaduje na 0,0 V s medzami  $\pm 0,05\ V$  (t.j. polovica posledného digitu – poslednej významnej číslice).

**S9.8 Ďalšie korekcie ( $\delta V_S$ )**

Neistotu merania, ktorá sa vzťahuje k rôznym zdrojom, odvodíme z presnosti, ktorú udáva výrobca kalibrátora v technickej dokumentácii. V tejto dokumentácii je uvedené, že napätie generované kalibrátorom sa zhoduje s nastavením kalibrátora v medziach  $\pm(0,000\ 1 \times V_S + 1\ mV)^2$  za nasledovných podmienok:

- (1) teplota okolia je v rozmedzí 18 °C až 23 °C,
- (2) napájacie napätie kalibrátora je v rozmedzí 210 V až 250 V,
- (3) impedančné zaťaženie na svorkách kalibrátora je väčšie než 100 k $\Omega$ ,
- (4) kalibrátor bol kalibrovaný v priebehu minulého roka.

<sup>2</sup> Veľmi často používanou metódou prezentovania presnosti špecifikácie meracích prístrojov v listoch alebo návodoch výrobcu je udávanie medzných hodnôt pomocou „nastavenej hodnoty“. Pre kalibrátor by bolo uvedené  $\pm(0,01\%$

z nastavenej hodnoty + 1 mV). V tomto dokumente sa tento spôsob uvádzania presnosti nepoužíva, aj keď sa považuje za ekvivalentný s vyššie uvedeným výrazom. Je to preto, lebo by to mohlo v mnohých prípadoch spôsobiť nedorozumenie, aj keď sa nejedná o rovnicu fyzikálnych veličín zapísanej podľa medzinárodne prijatého názvoslovia.

Keďže tieto podmienky merania sú splnené a na základe histórie kalibrácie kalibrátora sa dá usúdiť, že sa na technickú špecifikáciu výrobcu dá spoľahnúť, možno predpokladať, že korekcia, ktorú je potrebné aplikovať v prípade napätia generovaného kalibrátorom, je 0,0 V v rozmedzí  $\pm 0,011$  V.

### S9.9 Korelácie

Korelácie medzi všetky vstupnými veličinami sa považujú za zanedbateľné.

### S9.10 Rozbor neistôt ( $E_X$ )

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$V_{iX}$	100,1 V	-	-	-	-
$V_S$	100,0 V	0,001 V	Normálne	-1,0	-0,001 V
$\delta V_{iX}$	0,0 V	0,029 V	Rovnomerné	1,0	0,029 V
$\delta V_S$	0,0 V	0,0064 V	rovnomerné	-1,0	-0,0064 V
$E_X$	0,1 V				0,030 V

### S9.11 Rozšírená neistota

V štandardnej neistote merania, priradenej k výsledku merania zreteľne dominuje vplyv konečnej rozlišovacej schopnosti DMM. Výsledné rozdelenie nie je normálne, ale v podstate rovnomerné. Preto nie je možné použiť metódu efektívnych stupňov voľnosti, ktorá je uvedená v Prílohe E dokumentu EAL-R2. Koeficient rozšírenia, ktorý prislúcha rovnomernému rozdeleniu sa vypočíta zo vzťahu daného rovnicou (S9.8) v poznámke S9.14.

$$U = k \times u(E_X) = 1,65 \times 0,030 \text{ V} \cong 0,05 \text{ V}$$

### S9.12 Uvedený výsledok

Chyba indikácie ručného digitálneho voltmetra pri 100 V je  $(0,10 \pm 0,05)$  V.

Uvedená rozšírená neistota merania je súčinom štandardnej neistoty merania a koeficientu rozšírenia  $k = 1,65$ , ktorý bol odvodený za predpokladu rovnomerného rozdelenia pravdepodobnosti pre pravdepodobnosť pokrytia 95 %.

### S9.13 Dodatočná pripomienka

Metóda použitá pre výpočet koeficientu rozšírenia súvisí so skutočnosťou, keď na neistotu merania pridelenú k výsledku dominantne vplyva vplyv konečnej

rozlišiteľnosti DMM. Platí to pre kalibráciu všetkých prístrojov s malou rozlišovacou schopnosťou, pokiaľ jediným hlavným zdrojom neistoty rozlišiteľnosť – vplyv posledného digitu.

#### | S9.14 Matematická poznámka

V prípade ak sa pri meraní vyskytne taká situácia, keď sa dá určiť, že jeden z príspevkov neistôt prispieva dominantným spôsobom k celkovej neistote napr. člen s indexom 1, potom štandardná neistota pridružená k výsledku merania  $y$  môže byť vyjadrená ako

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S9.2})$$

kde

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S9.3})$$

označuje celkový príspevok neistoty nedominantných členov. Ak pomer celkového príspevku  $u_R(y)$  nedominantných členov k príspevku nie je väčší ako 0,3, tak rovnicu (S9.2) možno aproximovať vzťahom:

$$u(y) \cong u_1(y) \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right] \quad (\text{S9.4})$$

Relatívna chyba aproximácie je menšia ako  $1 \times 10^{-3}$ . Maximálna relatívna zmena štandardnej neistoty spôsobená výrazom v zátvorkách rovnice (S9.4) nie je väčšia ako 5%. Táto hodnota je v medziach akceptovateľnej tolerancie pre matematické zaokrúhľovanie hodnôt neistôt.

Za týchto podmienok rozdelenie hodnôt, ktoré možno odôvodnene priradiť k meranej veličine, je v podstate identické s rozdelením výsledku známeho dominantného príspevku. Z tejto hustoty rozdelenia  $\varphi(y)$  je možné určiť pravdepodobnosť pokrytia  $p$  pre akúkoľvek hodnotu rozšírenej neistoty merania  $U$  pomocou vzťahu

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' \quad (\text{S9.5})$$

Úpravou tohto vzťahu pre danú pravdepodobnosť pokrytia sa získa vzťah medzi rozšírenou neistotou merania a pravdepodobnosťou pokrytia  $U = U(p)$ , ktorá prislúcha danej hustote rozdelenia  $\varphi(y)$ . Použitím tohto vzťahu, možno koeficient rozšírenia vyjadriť ako

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} \quad (\text{S9.6})$$

V prípade ručného digitálneho voltmetra dominantný príspevok neistoty, ktorý vyplýva z konečnej rozlíšiteľnosti údajov je  $u_{\delta V_X}(E_X) = 0,029$  V, zatiaľ čo celkový príspevok neistoty nedominantnej zložky je  $u_R(E_X) = 0,22$ . Takže výsledné rozdelenie hodnôt, ktoré možno odôvodnene priradiť chybám indikácie, je v podstate rovnomerné.

$$p = \frac{U}{a} \quad (\text{S9.7})$$

Riešením tohto vzťahu pre rozšírenú neistotu merania  $U$  a vložení výsledku spolu s výrazom pre štandardnú neistotu merania pri rovnomernom rozdelení, ktorý je daný rovnicou (3.8) dokumentu EAL-R2 dostaneme nakoniec rovnicu

$$k(p) = p\sqrt{3} \quad (\text{S9.8})$$

Pre pravdepodobnosť pokrytia  $p = 95$  % používanú v EA je relevantný koeficient rozšírenia  $k = 1,65$ .

## S10 KALIBRÁCIA POSUVNÉHO MERADLA

**S10.1** Posuvné meradlo vyrobené z ocele je kalibrované mierkou triedy I z ocele, ktorá sa používa ako pracovný etalón. Merací rozsah posuvného meradla je 150 mm. Na posuvnom meradle je možné odčítať 0,05 mm (delenie hlavnej stupnice je 1 mm a delenie stupnice nónia je 1/20 mm). Pri kalibrácii sa používa niekoľko mierok s menovitými dĺžkami v rozsahu od 0,5 do 150 mm. Mierky sa vyberajú tak, aby meracie body boli približne rovnako vzdialené (napr. pri 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm), ale dávajú rôzne hodnoty na stupnici nónia (napr. 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm). Príklad sa týka kalibrácie bodu pri 150 mm pre meranie vonkajších rozmerov. Pred kalibráciou sa vykoná niekoľko kontrol stavu posuvného meradla. Medzi nich patrí aj kontrola závislosti výsledku merania od vzdialenosti meranej položky od pravítka (Abbého chyba), kontrola stavu stien meracích čeľustí (rovinnosť, rovnobežnosť, pravouhlosť) a funkcia uzamykacieho mechanizmu.

**S10.2** Chyba indikácie  $E_X$  posuvného meradla pri referenčnej teplote  $t_0 = 20$  °C sa získa z nasledujúceho vzťahu:

$$E_X = l_{iX} - l_s + L_s \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{iX} + \delta l_M \quad (\text{S10.1})$$

kde:

$l_{iX}$  - údaj posuvného meradla

$l_s$  - dĺžka použitej mierky

$L_s$  - nominálna hodnota použitej mierky

$\bar{\alpha}$  - stredný koeficient teplotnej rozťažnosti použitej mierky

$\Delta t$  - teplotný rozdiel medzi posuvným meradlom a mierkou

$\delta l_{iX}$  - korekcia v dôsledku rozlíšiteľnosti posuvného meradla



$\delta l_M$  - korekcia v dôsledku mechanických vplyvov, ako sú aplikovaná sila pri meraní, Abbého chyba, chyba rovinnosti a rovnobežnosti meraných plôch.

### S10.3 Pracovné etalóny ( $l_S, L_S$ )

Dĺžka referečných mierok, ktoré sa použili ako pracovné etalóny a ich rozšírená neistota merania sú uvedené v kalibračnom certifikáte. Kalibračné certifikáty potvrdzujú, že mierky spĺňajú požiadavky pre mierky triedy presnosti I v súlade s ISO 3650, t.j. že centrálna dĺžka mierky sa zhoduje s ich menovitou hodnotou v tolerancii  $\pm 0,8 \mu\text{m}$ . Za skutočnú hodnotu dĺžky mierok sa považuje ich nominálna hodnota dĺžky bez korekcie, pričom za tolerančné pásmo sa považuje ich horná a dolná medza intervalu variability.

### S10.4 Teplota ( $\Delta t, \bar{\alpha}$ )

Po primeranej stabilizácii sú teplota posuvného meradla a mierky vyrovnané v medziach  $\pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ich priemerný koeficient teplotnej rozťažnosti je  $11,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  (Neistota priemerného koeficientu teplotnej rozťažnosti a neistota rozdielu koeficientov teplotnej rozťažnosti sa nebrala do úvahy, pretože v danom prípade sa vplyv neistoty považuje za zanedbateľný (porov. EAL-R2-S1, príklad S4).

### S10.5 Rozlišovacia schopnosť posuvného pravítka ( $\delta l_{iX}$ )

Hodnota dielika stupnice nonia je 0,05 mm. Zmeny spôsobené konečnou rozlíšiteľnosťou sa odhadujú na  $\pm 25 \mu\text{m}$  a majú rovnomerné rozdelenie.

### S10.6 Mechanické vplyvy ( $\delta l_M$ )

K týmto vplyvom patrí použitá sila, Abbého chyba a vzájomné postavenie pravítka a posuvných čeľustí. Ďalšie vplyvy môžu byť spôsobené tým, že čeľuste nie sú presne rovné, nie sú vzájomne paralelné a nie sú kolmé k pravítku posuvného meradla. Pre zjednodušenie uvažujeme, že rozsah možných zmien je  $\pm 50 \mu\text{m}$ .

### S10.7 Korelácie

Nepredpokladá sa, že by bola významná korelácia medzi vstupnými veličinami.

### S10.8 Merania ( $l_{iX}$ )

Meranie sa niekoľkokrát opakovalo bez zistenia akéhokoľvek rozptylu pozorovaných hodnôt. Preto neistota spôsobená obmedzeným počtom opakovania nemá žiadny príspevok. Výsledok merania 150 mm mierky je 150,10 mm.

### S10.9 Prehľad neistôt ( $\delta l_{iX}$ )

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$l_{iX}$	150,10 mm	-	-	-	-
$l_S$	150,00 mm	0,46 $\mu\text{m}$	rovnomerné	-1,0	-0,46 $\mu\text{m}$
$\Delta t$	0	1,15 K	rovnomerné	-1,7 $\mu\text{mK}^{-1}$	2,0 $\mu\text{m}$
$\delta l_{iX}$	0	15 $\mu\text{m}$	rovnomerné	1,0	15 $\mu\text{m}$

$\delta l_M$	0	29 $\mu\text{m}$	rovnorné	1,0	29 $\mu\text{m}$
$E_X$	0,10 mm				33 $\mu\text{m}$

### S10.10 Rozšírená neistota

Neistotu merania, ktorá sa vzťahuje na výsledok najviac ovplyvňuje vplyv sily merania a rozlišovacia schopnosť nónia. Konečné rozdelenie nie je normálne, ale v podstate lichobežníkové s pomerom  $\beta = 0,33$  polovičky šírky plošiny k polovičke šírky intervalu variability. Z toho dôvodu nie je možné použiť metódu efektívnych stupňov voľnosti, ktorá je uvedená v EAL-R2, Príloha E. Koeficient rozšírenia  $k = 1,83$ , ktorý zodpovedá lichobežníkovému rozdeleniu sa vypočíta zo vzťahu (S10.10), ktorý je uvedený v matematickej poznámke S10.13. Takže

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,83 \cdot 0,033\text{mm} \cong 0,06\text{mm}$$

### S10.11 Uvedený výsledok

Pri 150 mm je chyba indikácie posuvného meradla  $(0,10 \pm 0,06)$  mm.

Uvedená rozšírená neistota merania je súčinom štandardnej neistoty a koeficientu rozšírenia  $k = 1,83$ , ktorý bol odvodený z predpokladaného lichobežníkového rozdelenia pre pravdepodobnosť pokrytia 95 %.

### S10.12 Dodatočná poznámka

Metóda použitá pre výpočet koeficientu rozšírenia súvisí so skutočnosťou, že neistotu merania ovplyvňujú dva dominantné vplyvy: mechanické vplyvy a rozlišovacia schopnosť stupnice nónia. Pretože nie je splnený predpoklad normálneho rozdelenia výstupnej veličiny, je potrebné použiť odstavec 5.6 dokumentu EAL-R2.

Z dôvodu, že pravdepodobnosť a hustotu pravdepodobnosti možno stanoviť s presnosťou 3 % až 5 %, možno považovať rozdelenie za lichobežníkové, vytvorené konvolúciou dvoch rovnomerných rozdelení, ktoré súvisia s dominantnými príspevkami. Polovička šírky základne výsledného symetrického lichobežníka je 75  $\mu\text{m}$  a polovička šírky jeho hornej strany je 25  $\mu\text{m}$ . 95 % plochy lichobežníka leží v intervale  $\pm 60$   $\mu\text{m}$  okolo symetrickej osi, čo zodpovedá  $k = 1,83$ .

### S10.13 Matematická poznámka

Ak je situácia pri meraní taká, že dva z príspevkov neistoty môžu byť označené ako dominantné, potom sa môže použiť metóda uvedená v S9.14 a oba dominantné členy, ktoré sa označia napríklad symbolom 1 a 2, sú zlúčené do jedného dominantného člena. Štandardná neistota priradená k výsledku merania  $y$  môže byť vyjadrená výrazom

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S10.2})$$

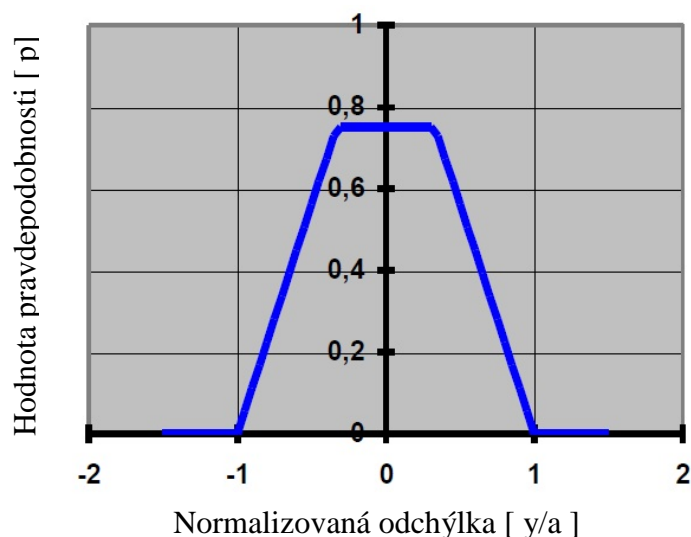
kde

$$u_0(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \quad (\text{S10.3})$$

označuje kombinovaný príspevok dvoch dominantných členov a

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S10.4})$$

je celkový príspevok neistoty ostatných nedominantných členov. Ak dva dominantné príspevky majú rovnomerné rozdelenia a ich polovičné šírky sú  $a_1$  a  $a_2$ , tak výsledné rozdelenie vznikne ich konvolúciou a má symetrické lichobežníkové rozdelenie



**Obr.1:** Jednotné symetrické lichobežníkové pravdepodobnostné rozdelenie s hodnotou  $\beta = 0,33$ , ktorá je výsledkom konvolúcie dvoch rovnomerných rozdelení.

popísané polovicou šírky

$$a = a_1 + a_2 \quad \text{a} \quad b = |a_1 - a_2| \quad (\text{S10.5})$$

základne a hornej strany (pozri obrázok č. 1). Rozdelenie môže byť obyčajne vyjadrené v normalizovanom tvare

$$\varphi(y) = \frac{1}{a(1+\beta)} \times \begin{cases} \frac{1}{1-\beta} \left(1 - \frac{|y|}{a}\right) & |y| < \beta \cdot a \\ \beta \cdot a \leq |y| \leq a & \\ a < |y| & \end{cases} \quad (\text{S16})$$

s parametrom strán

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \quad (\text{S10.7})$$

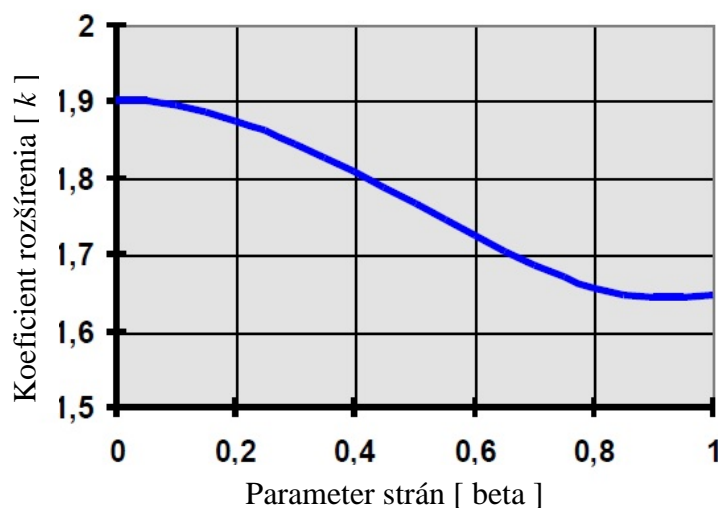
Druhá mocnina štandardnej neistoty merania odvodená z rovnomerného rozdelenia podľa rovnice (S10.6) je

$$u^2(y) = \frac{a^2}{6}(1 + \beta^2) \quad (\text{S10.8})$$

Použitím rozdelenia podľa rovnice (S10.6) závislosť koeficientu rozdelenia od pravdepodobnosti pokrytia je

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1 + \beta^2}{6}}} \times \begin{cases} \frac{p(1 + \beta)}{2} & \frac{p}{2 - p} < \beta \\ 1 - \sqrt{(1 - p)(1 - \beta^2)} & \beta \leq \frac{p}{2 - p} \end{cases} \quad (\text{S10.9})$$

Na obr. 2 je závislosť koeficientu rozšírenia  $k$  na hodnote parametru strán  $\beta$  pre pravdepodobnosť pokrytia 95 %.



**Obr.2:** Závislosť koeficientu rozšírenia  $k$  na hodnote parametru strán  $\beta$  pre lichobežníkové rozdelenie pri koeficiente pokrytia 95 %.

Koeficient rozšírenia pre pravdepodobnosť pokrytia 95 % vhodný pre lichobežníkové rozdelenie s parametrom strán  $\beta < 0,95$  sa vypočíta nasledovne

$$k = \frac{1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \quad (\text{S10.10})$$

## S11 KALIBRÁCIA TEPLOTNÉHO KALIBRÁTORA PRI TEPLOTE 180 °C<sup>3</sup>

**S11.1** Súčasťou kalibrácie je stanovenie teploty v otvore bloku kalibrátora teploty. Meranie sa vykoná vtedy, keď sa údaj na zabudovanom indikátore stabilizuje na 180,0 °C. Teplota v otvore bloku sa stanoví zo zmeraného elektrického odporu odporového snímača teploty, ktorý je pracovným etalónom a je zasunutý do otvoru kalibrátora. Elektrický odpor snímača teploty sa meria striedavým odporovým mostíkom. Teplota  $t_X$ , ktorá má byť určená ako teplota otvoru, keď zabudovaný teplotný indikátor udáva 180,0 °C, je daná vzťahom:

$$t_X = t_S + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.1})$$

kde:

$t_S$  - teplota pracovného etalónu určená z merania odporu na striedavom odporovom moste

$\delta t_S$  - teplotná korekcia v dôsledku merania odporu striedavým odporovým mostom

$\delta t_D$  - teplotná korekcia spôsobená driftom pracovného etalónu od poslednej kalibrácie

$\delta t_{iX}$  - teplotná korekcia spôsobená obmedzenou možnosťou nastaviť hodnotu teploty teplotného bloku kalibrátora

$\delta t_R$  - teplotná korekcia spôsobená radiálnym rozdielom teploty medzi zabudovaným teplomerom a pracovným etalónom,

$\delta t_A$  - teplotná korekcia spôsobená axiálnou nehomogenitou teploty v meracom otvore

$\delta t_H$  - teplotná korekcia spôsobená hysterezou pri zvyšovaní a klesaní teploty počas meracieho cyklu

$\delta t_V$  - kolísanie teploty v priebehu merania

<sup>3</sup> Podobný príklad je v dokumente EA-10/XX, Kalibrácia teplotného kalibrátora. Tu je uvedená zjednodušená forma, aby sa objasnilo ako je meraná hodnota v rámci kalibračného procesu priradená k indikácii prístroja. Tento proces je zo všeobecného hľadiska dôležitý, pretože ide o základný proces pri kalibráciách v rôznych metrologických oblastiach. Príklad ďalej znázorňuje, že existujú dva ekvivalentné spôsoby riešenia tohto problému: priame

priradenie meranej hodnoty k indikácii zariadenia a priradenie korekcie k indikácii prístroja. Táto korekcia sa obyčajne nazýva chyba meracieho prístroja.

Teplotná korekcia v dôsledku vodivosti stonky nie je tu analyzovaná, pretože platinový odporový snímač teploty, ktorý sa použil ako pracovný etalón, má vonkajší priemer stonky  $d \leq 6$  mm. Skorší výskum ukázal, že vplyv vodivosti sondy možno v tomto prípade zanedbať.

### **S11.2 Pracovný etalón ( $t_S$ )**

Kalibračný certifikát odporového snímača teploty, ktorý sa použil ako pracovný etalón obsahuje vzťah medzi elektrickým odporom a teplotou. Meraná hodnota elektrického odporu zodpovedá teplote 180,1 °C s priradenou rozšírenou neistotou merania  $U = 30$  mK (koeficient rozšírenia  $k = 2$ ).

### **S11.3 Stanovenie teploty meraním odporu ( $\delta t_S$ )**

Pomocou odporového snímača teploty, ktorý bol použitý ako pracovný etalón bola určená teplota 180,1 °C. Štandardná neistota merania priradená k meraniu odporu prevedená na teplotu zodpovedá  $u(\delta t_S) = 10$  mK.

### **S11.4 Drift teploty pracovného etalónu ( $\delta t_D$ )**

Na základe všeobecného experimentu s platinovým odporovým snímačom teploty podobného typu, ktoré slúžili ako pracovné etalóny, zmena teploty spôsobená stárnutím odporu od poslednej kalibrácie etalónu je v rozmedzí  $\pm 40$  mK.

### **S11.5 Nastavenie teploty kalibračného bloku ( $\delta t_{IX}$ )**

Zabudovaný kontrolný teplomer v bloku kalibrátora teploty má stupnicu s hodnotou dielika 0,1 K, čo poskytuje rozlíšenie teploty v medziach  $\pm 50$  mK. V týchto medziach je možné termodynamický stav teplotného bloku veľmi dobre nastaviť.

Poznámka: Ak údaj na zabudovanom indikátore teploty nie je v jednotkách teploty, potom sa musí medza rozlíšiteľnosti previesť na zodpovedajúce hodnoty teploty vynásobením príslušnou konštantou prístroja.

### **S11.6 Radiálna nehomogenita teploty ( $\delta t_R$ )**

Radiálny teplotný rozdiel medzi meracím otvorom a zabudovaným teplomerom sa odhadol na  $\pm 100$  mK.

### **S11.7 Axiálna nehomogenita teploty ( $\delta t_A$ )**

Odchýlky teploty spôsobené axiálnou nehomogenitou teploty v kalibračnom otvore boli odhadnuté na základe odčítania teploty pri rôznych hĺbkach ponoru teplomera v otvore. Odchýlky boli v medziach  $\pm 250$  mK.

### **S11.8 Vplyv hysterézie ( $\delta t_H$ )**

Na základe odčítania hodnoty z referenčného teplomera počas meracieho cyklu zvyšovania a znižovania teploty, bolo odhadnuté, že teplota v kalibračnom otvore je ovplyvnená hysterézou, ktorá spôsobuje odchýlku teploty  $\pm 50$  mK.

### **S11.9 Nestabilita teploty ( $\delta t_V$ )**

Bolo odhadnuté, že teplotné zmeny spôsobené nestabilitou teploty počas 30 minútového meracieho cyklu sú v medziach  $\pm 30$  mK.

### S11.10 Korelácie

Predpokladá sa, že žiadna zo vstupných veličín nie je významne korelovaná.

### S11.11 Opakované pozorovanie

V dôsledku obmedzenej rozlišovacej schopnosti indikátora zabudovaného teplomera nebol pozorovaný žiadny rozptyl údajov a teda nebol braný do úvahy.

### S11.12 Prehľad neistôt ( $t_X$ )

veličina $X_i$	odhad $x_i$	štandardná neistota $u(x_i)$	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient $c_i$	príspevok neistoty $u_i(y)$
$t_S$	180,1 °C	15 mK	normálne	1,0	15 mK
$\delta t_S$	0,0 °C	10 mK	normálne	1,0	10 mK
$\delta t_D$	0,0 °C	23 mK	rovnorné	1,0	23 mK
$\delta t_{iX}$	0,0 °C	29 mK	rovnorné	-1,0	-29 mK
$\delta t_R$	0,0 °C	58 mK	rovnorné	1,0	58 mK
$\delta t_A$	0,0 °C	144 mK	rovnorné	1,0	144 mK
$\delta t_H$	0,0 °C	29 mK	rovnorné	1,0	29 mK
$\delta t_V$	0,0 °C	17 mK	rovnorné	1,0	17 mK
$t_X$	180,1 °C				164 mK

### S11.13 Rozšírená neistota

V štandardnej neistote merania, ktorá sa vzťahuje k výsledku zreteľne prevláda vplyv neznámej teplotnej korekcie spôsobený axiálnou nehomogenitou teploty v meracom otvore a radiálny teplotný rozdiel medzi zabudovaným teplomerom a pracovným etalónom. Výsledné rozdelenie nie je normálne, ale v podstate lichobežníkové. V súlade s S10.13, koeficient rozšírenia, ktorý zodpovedá parametru strán  $\beta = 0,43$  je  $k = 1,81$ .

$$U = k \cdot u(t_x) = 1,81 \cdot 164 \text{ mK} \cong 0,3 \text{ K}$$

### S11.14 Uvedený výsledok

Teplota v kalibračnom otvore, ktorá je priradená k indikácii zabudovaného kontrolného teplomera pre 180,0 °C je 180,1 °C  $\pm$  0,3 °C.

Uvedená rozšírená neistota merania je súčinom štandardnej neistoty a koeficientu rozšírenia  $k = 1,81$ , ktorý bol odvodený z predpokladaného lichobežníkového rozdelenia pre pravdepodobnosť pokrytia 95 %.

### S11.15 Matematická poznámka týkajúca sa modelu

Niektorí metrológovia sú prekvapení, že sa v modelovej funkcii opísanej rovnicou (S11.1) neobjavuje explicitne údaj kontrolného teplomera. Aby sa uspokojili ich potreby, problém môže byť alternatívne formulovaný použitím chyby indikácie:

$$E_X = t_X - t_i \quad (\text{S11.2})$$

pre zabudovaný teplotný indikátor

$$E_X = t_S - t_i + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.3})$$

Indikovaná hodnota  $t_i$  je nominálnou hodnotou. Prejavuje sa posunutím stupnice meranej veličiny, avšak neprispieva k neistote merania, ktorá je priradená ku chybe indikácie

$$u(E_X) = u(t_X) \quad (\text{S11.4})$$

Modelovú funkciu popísanou rovnicou (S11.1) možno znovu získať z rovnice (S11.3) použitím definície chyby indikácie podľa rovnice (S11.2).

Táto poznámka dokazuje, že nemusí byť nevyhnutne len jeden unikátny spôsob pre zvolenie modelu vyhodnotenia merania. Záleží na metrológovi, jeho zvykoch a prístupu k riešeniu úlohu, aký model si vyberie. Modelová funkcia, ktorú možno matematicky previesť z jedného tvaru na iný, predstavuje rovnaký proces. V prípadoch, keď sa použije spojitá stupnica údajov, podobne ako je tomu pri kalibrácii uvažovaného teplotného bloku, možno modelové funkcie, ktorá spolu súvisia prostredníctvom lineárnej transformácie funkcie, považovať za ekvivalentné vyjadrenie meraného problému.

## S12 KALIBRÁCIA BYTOVÉHO VODOMERA

**S12.1** Kalibrácia bytového vodomera zahŕňa stanovenie relatívnej chyby merania v rozsahu rozsahu prietoku vodomera. Pri meraní sa používa testovacia zásobníková veža, ktorá dodáva potrebný prietok vody o tlaku približne 500 kPa, čo je typická hodnota pre komunálne vodovodné systémy. Voda sa dopravuje do otvorenej zbernej nádrže, ktorá je kalibrovaná a určuje referenčný objem. Na začiatku merania je nádrž prázdna, ale vlhká. Zberná nádrž má zúžené hrdlo s pripojenou stupnicou, ktorá umožňuje presne odčítať hladinu vody. Vodomer, ktorý sa má kalibrovať, sa umiestni medzi zásobník a zbernú nádrž. Má mechanické počítadlo so stupnicou. Meranie sa vykoná pri prietoku 2500 l/h s klasickým spustením a zastavením, čo znamená, že prietok je nulový ako na



začiatku, tak aj pri ukončení merania. Údaj na vodomeri je zaznamenaný na začiatku a na konci merania. Na konci merania sa zaznamená hladina v zbernej nádrži. Rovnako sa zapíše aj teplota a tlak vody v blízkosti vodomera a teplota vody v zbernej nádrži.

**S12.2** Relatívna chyba merania  $e_x$  jedného cyklu merania je definovaná ako

$$e_x = \frac{\Delta V_{ix} + \delta V_{ix2} - \delta V_{ix1}}{V_x} - 1 \quad (\text{S12.1})$$

pričom

$$V_x = (V_{is} + \delta V_{is})(1 + \alpha_s(t_s - t_0))(1 + \alpha_w(t_x - t_s))(1 - \kappa_w(p_x - p_s)) \quad (\text{S12.2})$$

kde

$\Delta V_{ix} = V_{ix2} - V_{ix1}$	rozdiel v údajoch (indikácii) meradla,
$V_{ix1}, V_{ix2}$	údaj meradla na začiatku merania a na konci merania,
$\delta V_{ix1}, \delta V_{ix2}$	korekcie v dôsledku rozlíšiteľnosti údajov na meradle
$V_x$	objem, ktorý pretiekol cez meradlo počas merania za prevládajúcich podmienok t.j. tlaku $p_x$ a teploty $t_x$ na vtokovej strane meradla,
$V_{is}$	objem odčítaný na konci merania na stupnici v zúženom hrdle zbernej nádrže,
$\delta V_{is}$	korekcia objemu odčítaného na stupnici v zúženom hrdle zbernej nádrže v dôsledku rozlíšiteľnosti stupnice,
$\alpha_s$	koeficient objemovej teplotnej rozťažnosti materiálu, z ktorého je nádrž vyrobená,
$t_s$	teplota zbernej nádrže,
$t_0$	referenčná teplota, pri ktorej bola zberná nádrž kalibrovaná,
$\alpha_w$	koeficient objemovej teplotnej rozťažnosti vody,
$t_x$	teplota vody na vtokovej strane meradla,
$\kappa_w$	stlačiteľnosť vody,
$p_s$	tlak v zbernej nádrži (je rovný nule, ak uvažujeme tlak prevyšujúci atmosférický),
$p_x$	tlak vody na vtokovej strane meradla.

### S12.3 Zberná nádrž ( $V_{is}, t_0$ )

V kalibračnom certifikáte je uvedené, že stupnica v zúženom hrdle udáva objem 200 l pri referenčnej teplote  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  a k nemu prislúcha relatívna rozšírená neistota merania 0,1 % ( $k = 2$ ). K udanému objemu sa preto vzťahuje rozšírená neistota merania rovná 0,2 l ( $k = 2$ ).

**S12.4 Rozlišiteľnosť stupnice zbernej nádrže ( $\delta V_{is}$ )**

Výšku vodnej hladiny v zbernej nádrži možno stanoviť na  $\pm 1$  mm. Z dôvodu, že 1 mm na stupnici zúženého hrdla zbernej nádrže zodpovedá 0,02 l (faktor stupnice je 0,02 l/mm), je maximálna odchýlka objemu vody v zbernej nádrži odhadnutá na  $\pm 0,02$  l.

**S12.5 Teplota vody a zbernej nádrže ( $\alpha_s, t_s$ )**

Bolo stanovené, že teplota vody v zbernej nádrži je 15 °C v medziach  $\pm 2$  K. Uvedená medza pokrýva všetky možné zdroje neistoty, akými sú kalibrácia teplotných snímačov, rozlišiteľnosť údajov pri čítaní a teplotný gradient v nádrži. Koeficient objemovej teplotnej rozťažnosti materiálu nádrže (ocel') je prevzatý z príručky pre materiály. V uvažovanom teplotnom intervale je konštantný a rovný  $\alpha_s = 51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Pretože k tejto hodnote nie je pripojený údaj o neistote, možno predpokladať, že neistota je v medziach poslednej významnej číslice. Možno usúdiť, že neznáme odchýlky sú v medziach zaokrúhľovania t.j.  $\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

**S12.6 Teplota vody a meradla ( $\alpha_w, t_x$ )**

Teplota vody na vtokovej strane meradla bola určená na 16 °C v medziach  $\pm 2$  K. Uvedená medza pokrýva všetky možné zdroje neistoty akými sú príspevky kalibrácie teplotných snímačov, rozlišiteľnosť údajov pri čítaní a malé teplotné zmeny v priebehu jedného merania. Koeficient objemovej rozťažnosti vody je prevzatý z príručky pre materiály. V uvažovanom teplotnom intervale je konštantný a rovný  $\alpha_w = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Pretože k tejto hodnote nie je pripojený údaj o neistote, možno predpokladať, že neistota je v medziach poslednej významnej číslice. Možno usúdiť, že neznáme odchýlky sú v medziach zaokrúhľovania t.j.  $\pm 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

**S12.7 Rozdiel tlaku vody medzi meradlom a nádržou ( $\kappa_w, p_s, p_x$ )**

Tlak vody, ktorý je dodávaný do vodomeru prevyšuje atmosferický tlak o 500 kPa s relatívnou odchýlkou väčšou než  $\pm 10$  %. Voda sa pri vtoku do zbernej nádoby expanduje a jej tlak poklesne na atmosferický tlak. Stlačiteľnosť vody je prevzatá z príručky pre materiály, je v uvažovanom teplotnom intervale konštantná a rovná  $\kappa_w = 0,46 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$ . Pretože k tejto hodnote nie je pripojený údaj o neistote, možno predpokladať, že neistota je v medziach poslednej významnej číslice. Možno usúdiť, že neznáme odchýlky sú v medziach zaokrúhľovania t.j.  $\pm 0,005 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$ .

**S12.8 Korelácie**

Predpokladá sa, že žiadna zo vstupných veličín nie je významne korelovaná.

**S12.9 Prehľad neistôt ( $V_x$ )**

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$V_{is}$	200,02 l	0,10 l	normálne	1,0	0,10 l
$\delta V_{is}$	0,01	0,0115 l	rovnorné	1,0	0,0115 l
$\alpha_s$	$51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$0,29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	rovnorné	-1000 l·K	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$

$t_S$	15 °C	1,15 K	rovnorné	-0,0198 l·K <sup>-1</sup>	-0,0228 l
$\alpha_w$	0,15·10 <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>	2,9·10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup>	rovnorné	200 l·K	0,58·10 <sup>-3</sup> l
$t_X$	16 °C	1,15 K	rovnorné	-0,0300 l·K <sup>-1</sup>	-0,0346 l
$\kappa_w$	0,46·10 <sup>-6</sup> kPa <sup>-1</sup>	2,9·10 <sup>-6</sup> kPa <sup>-1</sup>	rovnorné	-100 l·kPa <sup>-1</sup>	-0,29·10 <sup>-3</sup> l
$p_X$	500 kPa	29 kPa	rovnorné	-9,2·10 <sup>-6</sup> l·kPa <sup>-1</sup>	-0,0027 l
$p_S$	0,0 Pa	-	-	-	-
$V_X$	199,95 l				0,109 l

Štandardnú neistotu merania výsledku najviac ovplyvňuje stanovenie objemu v zúženom hrdle zbernej nádrže. Konečné rozdelenie nie je normálne, ale rovnomerné. To je potrebné brať do úvahy pri ďalšom vyhodnocovaní neistoty.

### S12.10 Údaj na meradle ( $\Delta V_{iX}$ , $\delta V_{iX1}$ , $\delta V_{iX2}$ )

Kalibrovaný vodoměr má rozlišovaciu schopnosť 0,2 l, čo vedie k maximálnej odchýlke  $\pm 0,1$  l pri oboch čítaniach údajov z vodomera.

### S12.11 Prehľad neistôt ( $e_X$ )

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$\Delta V_{iX}$	200,0 l	-	normálne	-	-
$\delta V_{iX1}$	0,01	0,058 l	rovnorné	-5,0·10 <sup>-3</sup>	-0,29·10 <sup>-3</sup> l
$\delta V_{iX2}$	0,01	0,058 l	rovnorné	-5,0·10 <sup>-3</sup>	-0,29·10 <sup>-3</sup> l
$\Delta V_X$	199,95 l	0,109 l	rovnorné	-5,0·10 <sup>-3</sup>	-0,55·10 <sup>-3</sup> l
$V_X$	0,000 3				-0,68·10 <sup>-3</sup>

### S12.12 Opakovateľnosť vodomera

Relatívna chyba merania indikácie kalibrovaného vodomera pri prietoku 2500 l/h vykazuje značný rozptyl. Z tohto dôvodu sa relatívna chyba merania určila trikrát. Výsledky týchto troch meraní boli spracované ako nezávislé pozorovania  $e_{Xj}$  v modeli, ktorým sa určuje priemerná chyba merania  $e_{Xav}$ :

$$e_{Xav} = e_X + \delta e_X \quad (\text{S12.3})$$

kde:

$e_X$  - relatívna chyba merania jedného cyklu merania,

$\delta e_X$  - korekcia relatívnej chyby merania v dôsledku nedostatočnej opakovateľnosti merania vodomera

### S12.13 Merania $e_X$

Číslo cyklu	Pozorovaná relatívna chyba merania
1	0,000 3
2	0,000 5
3	0,002 2

aritmetický priemer:  $\overline{e_x} = 0,001$

experimentálna smerodajná odchýlka:  $s(e_{Xj}) = 0,001$

štandardná neistota:  $u(\overline{e_x}) = s(\overline{e_x}) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,00060$

#### S12.14 Prehľad neistôt $e_{x_{av}}$

veľičina	odhad	štandardná neistota	stupeň voľnosti	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(X_i)$	$v_{eff}$		$c_i$	$u_i(y)$
$e_x$	0,001	$0,60 \cdot 10^{-3}$	2	normálne	1,0	$0,60 \cdot 10^{-3}$
$\delta e_x$	0,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$	$\infty$	normálne	1,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$
$e_{x_{av}}$	0,001		10			$0,91 \cdot 10^{-3}$

#### S12.15 Rozšírená neistota

Nakoľko počet efektívnych stupňov voľnosti štandardnej neistoty vzťahujúcich sa k priemernej relatívnej chybe je malý, štandardný koeficient rozšírenia musí byť upravený podľa tabuľky E1.

$$U = k \cdot u(e_{x_{av}}) = 2,28 \cdot 0,91 \cdot 10^{-3} \cong 2 \cdot 10^{-3}$$

#### S12.16 Komentovaný výsledok

Priemerná relatívna chyba údajov vodomera určená pri prietoku 2500 l/h je  $0,001 \pm 0,002$ .

Uvedená rozšírená neistota merania je súčinom štandardnej neistoty merania a koeficientu rozšírenia  $k = 2,28$ , čo pre t-rozdelenie s  $v_{eff} = 10$  efektívnymi stupňami voľnosti zodpovedá pravdepodobnosti pokrytia asi 95 %.

### S13 KALIBRÁCIA KRÚŽKOVÉHO KALIBRA S MENOVIÝM PRIEMEROM 90 MM

S13.1 Oceľový krúžkový kaliber menovitého priemeru  $D_X = 90$  mm je kalibrovaný použitím postupu uvedeného v dokumente EAL-G29. Použitý je pritom dĺžkový Abbeho komparátor a oceľový nastavovací krúžok, ktorého menovitý priemer ( $D_S = 40$  mm) sa značne líši od priemeru kalibrovaného krúžku. V tomto prípade krúžkový kaliber ako aj

nastavovací oceľový krúžok plní úlohu pracovného etalónu. Krúžok sa jemne postupne pripne ku stolu, ktorý má 4 stupne voľnosti. Stôl má prvky pre nastavenie testovaných kusov do všetkých polôh. Dve ramená tvaru „C“, z ktorých jedno je pripevnené k pevnému a druhé k meraciemu vretenu, sú priložené ku krúžkom tak, aby sa ich dotýkali v niekoľkých diametrálne protíľahlých bodoch. Ramená tvaru „C“ sú vybavené guľovitými kontaktnými hrotmi. Meracia sila je vytvorená ťahom závažia, čo zaisťuje v celom meracom rozsahu konštantnú menovitú silu 1,5 N. Meracie vreteno je pevne spojené s meracou hlavou oceľového pravítka, jeho stupnica má rozlíšiteľnosť 0,1 μm. Stupnica pravítka komparátora je pravidelne kalibrovaná, či spĺňa špecifikácie výrobcu z hľadiska maximálnej dovolenej chyby.

Aby sa zaistilo prostredie, ktoré je stanovené v kalibračnom postupe, sleduje sa okolitá teplota. Teplota pracovného okolia komparátora je udržiavaná na 20 °C, v rozmedziach ±0,5 K. Pozornosť sa venuje tomu, aby sa zaistilo, že krúžky i pravítko komparátora sa udržiavajú pri stanovenej teplote po celú dobu kalibrácie.

**S13.2** Polomer  $d_X$  kalibrovaného krúžku pri referenčnej teplote  $t_0 = 20$  °C sa získa zo vzťahu:

$$d_X = d_S + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \quad (\text{S13.1})$$

kde:

- $d_S$  - priemer referenčného nastavovacieho krúžku pri referenčnej teplote,
- $\Delta l$  - pozorovaný rozdiel pri premiestnení meracieho vretenu, kedy sa kontaktný hrot dotkne vnútorného povrchu krúžku v dvoch diametrálne protíľahlých bodoch,
- $\delta l_i$  - korekcia chyby indikácie komparátora,
- $\delta l_T$  - korekcia v dôsledku teplotných vplyvov kalibrovaného krúžku, referenčného nastavovacieho krúžku a pravítka komparátora,
- $\delta l_P$  - korekcia v dôsledku osovo nepresného usadenia meraných vzoriek vzhľadom k priamke merania,
- $\delta l_E$  - korekcia v dôsledku rozdielnej elastickej deformácie kalibrovaného krúžku a referenčného nastavovacieho krúžku,
- $\delta l_A$  - korekcia v dôsledku rozdielných Abbeových chýb komparátora pri meraní kalibrovaného krúžku a meraní referenčného nastavovacieho krúžku.

### **S13.3 Pracovný etalón ( $d_S$ )**

Vnútorný priemer nastavovacieho krúžku, ktorý sa použije ako pracovný etalón s priradenou rozšírenou neistotou merania sa získa z kalibračného certifikátu: 40,0007 mm ±0,2 μm (koeficient rozšírenia  $k = 2$ ).

### **S13.4 Komparátor ( $\delta l_i$ )**

Korekcie chyby indikácie pravítka komparátora boli určené výrobcou a elektronicky uložené. Akékoľvek ďalšie rezíduá ležia podľa špecifikácie výrobcu v rozmedzí ±(0,3 μm + 1,5 · 10<sup>-6</sup> ·  $l_i$ ), kde  $l_i$  je meraná vzdialenosť. Špecifikácie sú zisťované pri

periodickej kalibrácii. Pre konkrétny rozdiel dĺžok  $D_X - D_S = 50$  mm sú neznáme rezíduá odhadované v rozmedzí  $\pm 0,375$   $\mu\text{m}$ .

### S13.5 Teplotné korekcie ( $\delta_{T_i}$ )

V priebehu celého merania sa dbá na to, aby bola udržiavaná monitorovaná teplota kalibrovaného krúžku, nastavovacieho krúžku a pravítka komparátora. Z predchádzajúcich meraní a všeobecnej skúsenosti s meracími systémami možno zistiť, že odchýlky teploty kalibrovaného krúžku, nastavovacieho krúžku a pravítka komparátora od teploty okolia zostávajú stále v rozmedzí  $\pm 0,2$  K. Podľa odhadu je okolitá teplota v meracej miestnosti je v rozmedzí  $\pm 0,5$  K. Znalosť podmienok merania je najlepšie popísaná pomocou odchýlok okolitej teploty od referenčnej teploty a odchýlok teplôt kalibrovaného krúžku, nastavovacieho krúžku a pravítka komparátora od okolitej teploty. Korekcia  $\delta_{T_i}$  spôsobená teplotnými vplyvmi sa určí z modelu:

$$\begin{aligned} \delta_{T_i} = & (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A \\ & + D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta_{t_S} - D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta_{t_X} - (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta_{t_S} \end{aligned} \quad (\text{S13.2})$$

kde:

$D_X, D_S$  - menovité priemery kalibrovaného krúžku a referenčného nastavovacieho krúžku,

$\alpha_X, \alpha_S, \alpha_R$  - koeficient lineárnej teplotnej rozťažnosti kalibrovaného krúžku, referenčného nastavovacieho krúžku a pravítka komparátora,

$\Delta t_A = t_A - t_0$  - odchýlky od teploty okolia v meracej miestnosti od referenčnej teploty  $t_0 = 20$  °C,

$\delta_{t_X}, \delta_{t_S}, \delta_{t_R}$  - odchýlky teplôt kalibrovaného krúžku, referenčného nastavovacieho krúžku a pravítka komparátora od teploty okolia v meracej miestnosti.

Z dôvodu, že stredné hodnoty štyroch teplotných rozdielov, ktoré vystupujú v rovnici S13.2) sú nulové, obvyklá linearizovaná verzia nebude zahŕňať vplyvy neistoty merania, ktoré sa vzťahujú k hodnotám troch koeficientov lineárnej teplotnej rozťažnosti. Ako bolo uvedené v kapitole S4.13, k určeniu štandardnej neistoty vzťahujúcej sa ku štyrom ďalej uvedeným členom v súčine sa musí použiť nelineárna verzia.

$$\begin{aligned} \delta_{T_{TA}} &= (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A \\ \delta_{T_{TS}} &= D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta_{t_S} \\ \delta_{T_{TX}} &= D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta_{t_X} \\ \delta_{T_{TR}} &= (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta_{t_R} \end{aligned} \quad (\text{S13.3})$$

Na základe kalibračného certifikátu nastavovacieho krúžku a na základe údajov výrobcu kalibrovaného krúžku a pravítka komparátora možno predpokladať, že koeficient lineárnej teplotnej rozťažnosti leží v intervale  $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Použitím tejto hodnoty a medzi pre teplotné kolísanie, ktoré sú uvedené vyššie, možno určiť, že

štandardné neistoty vzťahujúce sa ku štyrom členom v súčine sú  $u(\delta_{TA}) = 0,012 \mu\text{m}$ ,  $u(\delta_{TS}) = 0,053 \mu\text{m}$ ,  $u(\delta_{TX}) = 0,12 \mu\text{m}$ ,  $u(\delta_{TR}) = 0,066 \mu\text{m}$ . Štandardná neistota, ktorá sa vzťahuje ku kombinovaným teplotným korekciám sa odvodí z týchto hodnôt, pričom sa využije nasledovný čiastočný prehľad neistôt:

veličina	odhad	štandardná neistota	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient	príspevok neistoty
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$\delta_{TA}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,012 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,012 $\mu\text{m}$
$\delta_{TS}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,053 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,053 $\mu\text{m}$
$\delta_{TX}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,12 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,12 $\mu\text{m}$
$\delta_{TR}$	0,0 $\mu\text{m}$	0,066 $\mu\text{m}$	-	1,0	0,066 $\mu\text{m}$
$\delta_T$	0,0 $\mu\text{m}$				0,15 $\mu\text{m}$

### S13.6 Korekcia súosovosti ( $\delta_p$ )

Možno predpokladať, že odchýlka od súosovosti dvoch sférických sond a priamky merania leží v rozmedzí  $\pm 20 \mu\text{m}$ . Použitím rovnice uvedenej v matematickej poznámke (S13.13) možno zistiť, že pre korekciu spôsobenou možnou nesúosovosťou a pre príslušnú neistotu merania platí

$$\delta_p = 2 \cdot \left( \frac{1}{D_x} - \frac{1}{D_s} \right) \cdot u^2(\delta c) \quad (\text{S13.4})$$

$$u^2(\delta_p) = \frac{16}{5} \cdot \left( \frac{1}{D_x^2} - \frac{1}{D_s^2} \right) \cdot u^4(\delta c) \quad (\text{S13.5})$$

V týchto výrazoch  $\delta c$  označuje malú vzdialenosť medzi meranou tetivou a stredom krúžku. Pre hodnotu korekcie a súvisiacu štandardnú neistotu merania dostávame  $\delta_p \cong -0,004 \mu\text{m}$  a  $u(\delta_p) \cong 0,0065 \mu\text{m}$ . Tieto hodnoty sú o dva rády menšie ako ostatné príspevky k neistote, čo možno vidieť z prehľadu neistôt (S13.10). Ich vplyv za bežných podmienok merania teda nie je potrebné brať do úvahy.

### S13.7 Korekcia na elastickú deformáciu ( $\delta_E$ )

Elastická deformácia kalibrovaného krúžku, ani nastavovacieho krúžku sa v priebehu obvyklého merania neurčuje. Vplyvy vyplývajúce z elastických deformácií sa odhadujú na základe predchádzajúcich skúseností. Predpokladajú sa v rozmedziach  $\pm 0,03 \mu\text{m}$ .

### S13.8 Korekcia Abbeovej chyby ( $\delta_A$ )

Konkrétne hodnoty Abbeovej chyby komparátora sa neurčujú v priebehu obvyklého merania. Na základe predchádzajúcich skúseností a z údajov periodickej kalibrácie

komparátora možno však odhadnúť, že vplyvy spôsobené Abbeovými chybami sú v rozmedzí  $\pm 0,02 \mu\text{m}$ .

### S13.9 Meranie ( $\Delta l$ )

Bola vykonané nižšie uvedené pozorovanie vnútorného priemeru kalibrovaného ako aj nastavovacieho krúžku.

Číslo	Objekt	Pozorovanie	Meraná veličina
1	referenčný nastavovací krúžok	0 pri tomto kroku bol displej komparátora vynulovaný	Priemer v menovitom smere v rovine symetrie kolmý k valcovej osi
2	kalibrovaný krúžok	49,99935 mm	Priemer v menovitom smere roviny symetrie kolmý k valcovej osi
3	kalibrovaný krúžok	49,99911 mm	Priemer v rovine symetrie kolmo k valcovej osi, ktorá je pootočená vzhľadom k menovitému smeru o +1 mm na kružnici
4	kalibrovaný krúžok	49,99972 mm	Priemer v rovine symetrie kolmo k valcovej osi, ktorá je pootočená vzhľadom k menovitému smeru o -1 mm na kružnici
5	kalibrovaný krúžok	49,99954 mm	Priemer v menovitom smere posunutom o 1 mm smerom hore do roviny rovnobežnej s rovinou symetrie kolmej k valcovej osi
6	kalibrovaný krúžok	49,99996 mm	Priemer v menovitom smere posunutom o 1 mm smerom dole do roviny rovnobežnej s rovinou symetrie kolmej k valcovej osi

Pozorovanie možno rozdeliť do dvoch skupín: pozorovanie priemeru nastavovacieho krúžku (pozorovanie č. 1), ktoré sa používa k nastaveniu displeja komparátora na nulu a pozorovanie priemeru kalibrovaného krúžku (pozorovanie č. 2 až 6), ktoré udávajú rozdiel v priemeroch.

Aritmetický priemer:  $\overline{\Delta l} = 49,999\ 54 \text{ mm}$

Smerodajná odchýlka jedného pozorovania:  $s(\Delta l) = 0,33 \mu\text{m}$

Smerodajná odchýlka priemeru:  $s(\overline{\Delta l}) = \frac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}} = 0,15 \mu\text{m}$



Smerodajná odchýlka jedného pozorovania  $s(\Delta l) = 0,18 \mu\text{m}$  berie do úvahy vplyvy spôsobené tvarovými odchýlkami kalibrovaného krúžku a taktiež vplyvy opakovateľnosti komparátora. Aby sa získala štandardná neistota merania týkajúca sa pozorovaného priemerného rozdielu v priemeroch, musí sa vziať do úvahy aj neistota vyplývajúca z vynulovania displeja komparátora. Túto neistotu možno odvodiť z odhadu smerodajnej odchýlky  $s_p(0) = 0,25 \mu\text{m}$  veľkého počtu skorších meraní vykonaných za rovnakých podmienok. Výsledná štandardná neistota merania týkajúca sa pozorovaného rozdielu priemerov je:

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\Delta l) + s_p^2(0)} = 0,30 \mu\text{m}$$

### S13.10 Prehľad neistôt ( $d_x$ )

veličina $X_i$	odhad $x_i$	štandardná neistota $u(x_i)$	pravdepod. rozdelenie	citlivostný koeficient $c_i$	príspevok neistoty $u_i(y)$
$d_s$	40,000 7 mm	0,10 $\mu\text{m}$	normálne	1,0	0,10 $\mu\text{m}$
$\Delta l$	49,999 55 mm	0,30 $\mu\text{m}$	normálne	1,0	0,30 $\mu\text{m}$
$\delta_i$	0,0 mm	0,22 $\mu\text{m}$	rovnomerné	1,0	0,22 $\mu\text{m}$
$\delta_T$	0,0 mm	0,15 $\mu\text{m}$	normálne	1,0	0,15 $\mu\text{m}$
$\delta_P$	0,000 004 mm	0,0065 $\mu\text{m}$	rovnomerné	1,0	0,0065 $\mu\text{m}$
$\delta_E$	0,0 mm	0,018 $\mu\text{m}$	rovnomerné	1,0	0,018 $\mu\text{m}$
$\delta_A$	0,0 mm	0,012 $\mu\text{m}$	rovnomerné	1,0	0,012 $\mu\text{m}$
$d_x$	90,000 25 mm				0,433 $\mu\text{m}$

### S13.11 Rozšírená neistota

$$U = k \cdot u(d_x) = 2 \cdot 0,0433 \mu\text{m} \cong 0,9 \mu\text{m}$$

### S13.12 Komentovaný výsledok

Priemer krúžkového kalibra je (90,000 3  $\pm$  0,000 9) mm.

Uvedená rozšírená neistota merania je súčinom štandardnej neistoty merania a koeficientu rozšírenia  $k = 2$ , čo pre normálne rozdelenie zodpovedá pravdepodobnosti pokrytia 95 %.

### S13.13 Matematická poznámka k nesúosovosti

Z dôvodu, že nie je možné vykonať presné nastavenie krúžky do osi merania komparátora, veličina, ktorá sa pri meraní určuje, je tetiva daného krúžku ležiaca v blízkosti priemeru. Dĺžka  $d$  tejto tetivy, ktorá sa pri meraní vzťahuje k priemeru krúžku  $d$  podľa vzťahu

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2\right) \quad (\text{S13.6})$$

kde  $\delta\varphi$  je malý uhol, ktorý dopĺňa polovicu stredového uhla do  $\pi/2$ . Tento uhol sa vzťahuje k malej vzdialenosti  $\delta c$  tetivy od stredu krúžku podľa vzťahu

$$\delta c = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \quad (\text{S13.7})$$

takže rovnicu (S13.6) možno prepísať na tvar

$$d' \cong d - 2 \frac{(\delta c)^2}{D} \quad (\text{S13.8})$$

kde priemer  $d$  krúžku v menovateli zlomku bol nahradený menovitým priemerom  $D$ , pretože čitateľ zlomku je už sám o sebe malý. Najlepší odhad priemeru získame ako pre posledný vzťah predpokladáme tvar

$$d' \cong d - 2 \frac{u^2(\delta c)}{D} \quad (\text{S13.9})$$

V tomto prípade sa vzalo do úvahy, že malá vzdialenosť  $\delta c$  má nulovú očakávanú strednú hodnotu. Je potrebné mať na zreteli, že význam  $d$ ,  $d'$  a  $\delta c$  v rovnici (S13.8) a v rovnici (S13.9) nie je identický, zatiaľ čo v rovnici (S13.8) tieto symboly predstavujú nepresne známe veličiny alebo náhodné veličiny, v rovnici (S13.9) predstavujú stredné hodnoty týchto veličín. Pretože rozptyl náhodnej veličiny je rovný strednej hodnote druhej mocniny ich odchýlok od príslušnej strednej hodnoty, možno s ohľadom na rovnicu (S13.8), pre druhú mocninu štandardnej neistoty merania týkajúcej sa priemeru krúžku napísať

$$u^2(d) = u^2(d') + 4(\alpha - 1) \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.10})$$

kde

$$\alpha = \frac{u_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)} \quad (\text{S13.11})$$

je pomer centrálného momentu 4. rádu k druhej mocnine centrálného momentu 2. rádu malej vzdialenosti  $\delta c$ . Tento pomer závisí od predpokladaného rozdelenia  $\delta c$ . Ak predpokladáme, že rozdelenie  $\delta c$  je rovnomerné, tak  $\alpha = 9/5$  a štandardná neistota týkajúca sa priemeru je vyjadrená vzťahom

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.12})$$

\*\*\*

© SNAS 2017